MATEMATIKA - úlohy z **MONITOROV** a **MSK**

1.1 - Výroky

01 Mama sa chystá piecť koláče. Ostatní členovia rodiny vyslovili tieto želania:

Otec: „*Upeč makovník alebo orechovník.*“

Syn: „*Ak upečieš orechovník, tak upeč aj makovník alebo buchty.*“

Dcéra: „*Ak upečieš buchty aj makovník, tak nepeč orechovník.*“

Mama napokon upiekla len orechovník. Komu splnila želanie?

(A) Len otcovi a dcére.

(B) Len otcovi a synovi.

(C) Len synovi a dcére.

(D) Otcovi, synovi aj dcére.

(E) Ani otcovi, ani synovi, ani dcére.

02 Ktoré z nasledujúcich tvrdení je pravdivé?

2005 A

Ak $a>1,\ b>1$ sú dve rôzne prirodzené čísla, tak ich najmenší spoločný násobok

(A) je vždy menší ako väčšie z čísel *a, b*.

(B) je vždy väčší ako menšie z čísel *a, b*.

(C) sa vždy rovná menšiemu z čísel *a, b*.

(D) sa vždy rovná väčšiemu z čísel *a, b*.

(E) sa vždy rovná súčinu čísel *a, b*.

03 Z nasledujúcich výrokov vyberte negáciu výroku „*V tomto školskom roku každý maturant na Slovensku píše maturitné testy aspoň z 3 predmetov*“.

2005 B

(A) V tomto školskom roku každý maturant na Slovensku píše maturitné testy najviac z 2 predmetov.

(B) V tomto školskom roku každý maturant na Slovensku píše maturitné testy najviac z 3 predmetov.

(C) V tomto školskom roku existuje na Slovensku aspoň jeden maturant, ktorý nepíše maturitné testy.

(D) V tomto školskom roku existuje na Slovensku aspoň jeden maturant, ktorý píše maturitné testy najviac z 2 predmetov.

(E) V minulom školskom roku existoval na Slovensku aspoň jeden maturant, ktorý písal maturitné testy najviac z 3 predmetov.

04 Rozhodnite, ktorý z nasledujúcich výrokov je negácia výroku: „*Každé párne číslo je deliteľné štyrmi.*“

2006 B

(A) Neexistuje párne číslo, ktoré je deliteľné štyrmi.

(B) Existuje nepárne číslo, ktoré nie je deliteľné štyrmi.

(C) Existuje nepárne číslo, ktoré je deliteľné štyrmi.

(D) Existuje párne číslo, ktoré nie je deliteľné štyrmi.

(E) Každé nepárne číslo je deliteľné štyrmi.

05 V novinách si Marián prečítal: „*Každý, kto má maturitu a žije na Slovensku, musel počuť o Matejovi Belovi.*“ Ak chce Marián dokázať, že uvedené tvrdenie je nepravdivé, tak musí ukázať, že existuje aspoň jeden človek, ktorý

(A) žije na Slovensku, nemá maturitu a nepočul o Matejovi Belovi.

(B) nežije na Slovensku, nemá maturitu a nepočul o Matejovi Belovi.

(C) žije na Slovensku, nemá maturitu a počul o Matejovi Belovi.

(D) žije na Slovensku, má maturitu a nepočul o Matejovi Belovi.

(E) nežije na Slovensku, má maturitu a nepočul o Matejovi Belovi.

06 2007 AB

Nech výroky A, B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý. Ktorý z nasledujúcich zložených výrokov je pravdivý?

(A) $(A \wedge B) \Rightarrow C$

(B) $(B \wedge C) \Rightarrow A$

(C) $(A \vee B) \Rightarrow C$

(D) $A \Rightarrow (B \wedge C)$

(E) $A \Rightarrow C$

07 2006 A

Akú pravdivostnú hodnotu majú výroky A, B, C, ak viete, že implikácia $C \Rightarrow A$ je nepravdivá a implikácia $C \Rightarrow B$ pravdivá?

(A) A je pravdivý, B a C sú nepravdivé.

(B) B je pravdivý, A a C sú nepravdivé.

(C) C je pravdivý, A a B sú nepravdivé.

(D) A je nepravdivý, B a C sú pravdivé.

(E) B je nepravdivý, A a C sú pravdivé.

08 2008 AB

Výroky A, B sú pravdivé, výrok C je nepravdivý. Koľko z nasledujúcich piatich výrokov je pravdivých:

$(A \wedge B') \Rightarrow C$, $(B \wedge C') \Rightarrow A$, $(C \wedge A') \Rightarrow B$, $(A \wedge B) \Rightarrow C'$, $(A \wedge C) \Rightarrow B'$?

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

1.2. - Množiny

01 2005 A

Ktorá z nasledujúcich množín je vyznačená na diagrame na obrázku ?

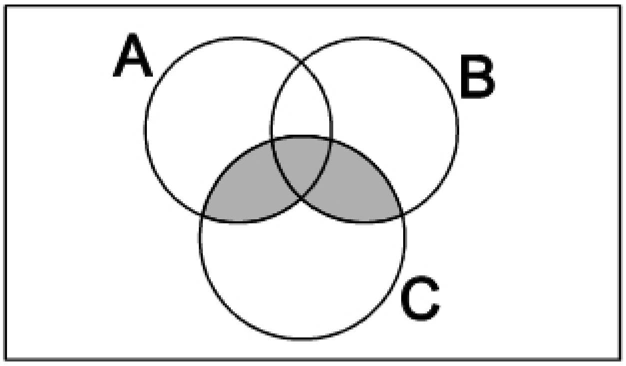
(A) $(A \cap C) \cup B$

(B) $(A \cap B) \cup C$

(C) $(A \cup B) \cap C$

(D) $(A \cup C) \cap B$

(E) $(B \cup C) \cap A$



02 2006 AB

Nájdite najmenšie celé číslo, ktoré je z množiny $(A - B) \cap C$, kde *A, B, C* sú intervaly $A = \langle 2; 6 \rangle$, $B = \langle 1; 4)$, $C = \langle 3; 5 \rangle$.

Poznámka: Symbol $A - B$ označuje rozdiel množín A a B.

03 2006 A

Sú dané otvorené intervaly $A = (x - 2; 2x - 1)$, $B = (3x - 4; 4)$. Nájdite najväčšie reálne číslo *x*, pre ktoré platí $A \subset B$.

04 2007 A

Sú dané intervaly $A = (-2; 5\rangle$ a $B = \langle 2x + 7; 7)$. Nájdite najväčšiu hodnotu *x*, pre ktorú je prienik $A \cap B$ neprázdna množina.

05

Nech *M* je množina všetkých trojuholníkov. Označme *R* množinu všetkých rovnoramenných, *P* množinu všetkých pravouhlých, *T* množinu všetkých tupouhlých trojuholníkov. Určte hodnotu *c* tak, aby trojuholník s dĺžkami strán 7, 10, *c* patril do množiny $R \cap T \cap P'$.

Poznámka: Symbol P´ označuje doplnok množiny P v množine M.

06

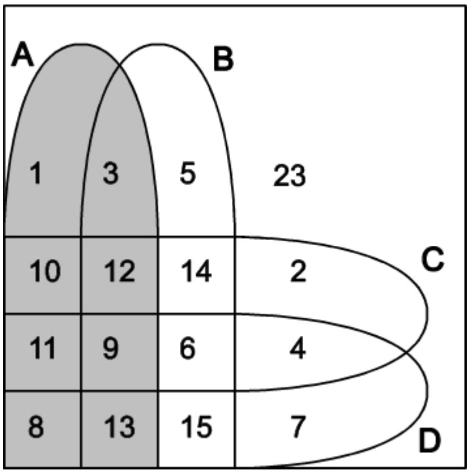
Na obrázku je znázornený Vennov diagram pre

4 množiny *A, B, C, D* (sivo vyznačená je množina *A*). V každej zo 16 častí, z ktorých tento diagram pozostáva, je napísaný počet prvkov, ktorý v tejto časti leží (teda napríklad počet prvkov množiny *A* je 1 + 3 + 10 + 12 + 11 + 9 + 8 + 13).

Zistite počet prvkov množiny $(C \cap D) \cup (B - A)$.

Poznámka:

Symbol $A - B$ označuje rozdiel množín A a B.



07 V matematickej súťaži riešili jej účastníci dve úlohy. Každý vyriešil aspoň jednu úlohu, pritom prvú úlohu vyriešilo 80 % účastníkov, druhú úlohu 50 %. Obidve úlohy vyriešilo 60 účastníkov. Koľko účastníkov mala súťaž?

2007 B

(A) 100 **(B)** 250 **(C)** 360 **(D)** 300 **(E)** 200

08 Dané sú množiny *A*, *B*. Zistite počet $|B|$ prvkov množiny *B*, ak viete, že $|A \cup B| = 456$, $|A \cap B| = 78$, $|A| = 169$.

(A) $|B| = 443$ **(B)** $|B| = 378$ **(C)** $|B| = 365$ **(D)** $|B| = 287$ **(E)** $|B| = 169$

09 Prienikom množín $A = \{x \in R; -6 \le x < 1\}$ a $B = \{x \in R; -2 < x < 2\}$ je množina $A \cap B =$

(A) $\langle -6, 2)$. **(B)** $(-2, 1)$. **(C)** $(-6, 1)$. **(D)** $\langle 0, 2)$. **(E)** $\langle -6, -2)$.

10 Množina *B – A* má dvakrát menej prvkov ako množina *A – B* a štyrikrát menej prvkov ako množina *A*∩*B*. Koľkokrát viacej prvkov má množina *A* ako množina *B*?

2008 A

2.1. - Výrazy

01 V prvej sýpke bolo uskladnených x ton obilia, v druhej sýpke trikrát menej. Z prvej sýpky sa denne expedovalo 8 ton obilia, z druhej sýpky štyrikrát menej. Za d dní bolo v obidvoch sýpkach rovnaké množstvo obilia. Aký je vzťah medzi x a d ?

(A) $x = 8d$ **(B)** $x = 9d$ **(C)** $x = 12d$ **(D)** $x = \frac{9}{d}$ **(E)** $x = \frac{d}{12}$

02 Výraz $\frac{-x^2 + x + 6}{x - p}$ sa dá krátiť pre dve hodnoty p. Určte ich (súčet?).

03 Vypočítajte súčet všetkých čísel, ktoré nepatria do definičného oboru výrazu

$$V(x) = \frac{\frac{2x-7}{4-x}}{\frac{3x-15}{x-7}}.$$

04 Výraz $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2}$ sa pre každé $x, y \in R$ rovná výrazu

2005 B **(A)** $x - y$. **(B)** $-x + y$. **(C)** $x + y$. **(D)** $|x + y|$. **(E)** $|x - y|$.

05 Súčtom zlomkov $\frac{b}{1-b}$ a $\frac{1}{1+b}$ je zlomok

(A) $\frac{b+1}{1-b^2}$. **(B)** $\frac{b+1}{2}$. **(C)** $\frac{b+1}{1-b}$. **(D)** $\frac{b^2+1}{1-b^2}$. **(E)** $\frac{b+1}{1+b^2}$.

06 Umocnením $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ dostaneme výraz $Ax^6 + Bx^4 + Cx^2 + D + \frac{E}{x^2} + \frac{F}{x^4} + \frac{G}{x^6}$. Ktoré

2007 A z nasledujúcich čísel je hodnota D?

(A) 30 **(B)** 25 **(C)** 20 **(D)** 15 **(E)** 10

07 Ako treba zvoliť prirodzené číslo n, aby sme umocnením $(1 + x)^n$ dostali polynóm, v ktorom koeficient kvadratického člena (koeficient pri x^2) je 300?

08 Výraz $V(x) = \frac{-7}{6(x+1)} + \frac{1-x}{3(x+1)^2}$ môžeme vyjadriť pre hodnoty $x \in R - \{-1\}$ v tvare

2008 B $V(x) = \frac{ax+b}{6(x+1)^2}$. Určte hodnotu $a + b$.

3.1. – Teória čísel

01 Určte najväčší spoločný deliteľ čísel $\dfrac{20\,!}{17\,!}$ a 700.

02 Číslo x je na číselnej osi v strede medzi číslami -113 a 28. Určte vzdialenosť medzi číslom x a číslom -99.

03 2006 B
Nájdite najmenší spoločný násobok čísel 111 a 42.

04 2005 B
Ktorú z uvedených číslic treba doplniť namiesto ✱, aby číslo 111 222 333 666 77✱ bolo deliteľné 6?

(A) 0 **(B)** 2 **(C)** 4 **(D)** 6 **(E)** 8

05 Nájdite najväčšie päťciferné prirodzené číslo, ktoré je deliteľné číslom 9 a jeho dekadický zápis obsahuje len číslice 3 a 7.

06 Nájdite najmenšie (najväčšie) päťciferné prirodzené číslo, ktoré je deliteľné číslom 9 a jeho dekadický zápis obsahuje len číslice 5 a 7.

07 2007 AB
Nájdite prirodzené číslo, ktoré je deliteľné deviatimi a jeho zaokrúhlením na desiatky dostaneme číslo 44 444 444 440 055 780. Do odpoveďového hárka zapíšte posledné dvojčíslie nájdeného čísla.

08 Ak o čísle n vieme, že je deliteľné 12, ale nie je deliteľné 15, tak číslo n nie je deliteľné číslom

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 4 **(D)** 5 **(E)** 6

09 Ktoré z nasledujúcich čísel je 20 % z $\left(\dfrac{5}{12}\right)^{5000}$?

(A) $\dfrac{5^{4995}}{12^{5000}}$ **(B)** $\dfrac{5^{4999}}{12^{5000}}$ **(C)** $\left(\dfrac{5}{12}\right)^{4995}$ **(D)** $\left(\dfrac{5}{12}\right)^{1000}$ **(E)** $\left(\dfrac{1}{12}\right)^{5000}$

10

2008 AB

Číslo $\frac{7}{2\sqrt{5}}$ sa dá upraviť na tvar $a.\sqrt{5}$, kde a je racionálne číslo. Nájdite číslo a.

11

2008 A

Koľkými spôsobmi môžeme v čísle 51 748 592 541 942 škrtnúť dve číslice tak, aby vzniklo 12-ciferné číslo deliteľné dvanástimi?

12

2008 A

Určte počet dvojciferných kladných čísel n, pre ktoré platí nasledujúca vlastnosť:
Ak n je deliteľné 2, tak n je deliteľné 3.
(Ide o implikáciu. Treba si uvedomiť, kedy je implikácia pravdivá.)

13

2008 B

Najmenší spoločný násobok neznámeho prirodzeného čísla a čísla 24 je 72. Zistite toto prirodzené číslo, ak viete, že je väčšie ako 20 a menšie ako 60.

14

2009

Súčet dvoch rôznych prirodzených čísel je 180, ich najväčší spoločný deliteľ je 45. Určte väčšie z týchto čísel.

15

2009

Určte počet prirodzených čísel patriacich do intervalu (15;100), ktoré pri delení siedmimi dávajú zvyšok tri.

(A) 10 **(B)** 11 **(C)** 12 **(D)** 13 **(E)** 14

4.1. - Rovnice

01 Pre ktoré číslo $a \in R$ má rovnica $7 + x = 2a$ koreň o 1 väčší ako rovnica $2x + 10 = a$?

02 2005 B Pre ktoré číslo m má rovnica $x^2 + 2(m-3)x + m^2 - 21 = 0$ práve jedno riešenie (jeden koreň)?

03 Koľko riešení (koreňov) má rovnica $x^3 + x^2 + 2x = 0$?

(A) 0 **(B)** 1 **(C)** 2 **(D)** 3 **(E)** 4

04 2005 A Rovnica $|2x-6| = 3x-4$ má jediný koreň. Určte ho.

05 Riešte rovnicu $\left|x - \frac{3}{2}\right| = 2x$.

06 Rovnica $2|3-x| = 3x-4$

(A) nemá korene.

(B) má 2 korene, obidve záporné.

(C) má 2 korene, obidve kladné.

(D) má 2 korene, 1 kladný a 1 záporný.

(E) má 1 koreň.

07 Rovnica $\sqrt{2y-5} = 10 - y$ má jediný reálny koreň. Nájdite ho.

08 2007 B Rovnica $2\sqrt{x} = x - 3$ má v množine R práve jeden koreň. Nájdite ho!

09 2006 AB V množine R riešte rovnicu $\sqrt{2y-5} = 10 - y$. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o počte jej koreňov je pravdivé?

(A) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú rovnaké znamienka.

(B) Daná rovnica má 2 rôzne korene a tie majú opačné znamienka.

(C) Daná rovnica má 1 koreň a ten je záporný.

(D) Daná rovnica má 1 koreň a ten je kladný.

(E) Daná rovnica nemá korene.

10 2007 A

V množine všetkých kladných celých čísel nájdite koreň rovnice $\frac{6(x-1)}{x^2-1} = x.$

11

Na aké číslo treba zmeniť číslo 4 v rovnici $5^x = 4,$ aby nová rovnica mala koreň o 3 väčší než pôvodná rovnica?

12 2005 A

Nájdite koreň rovnice $2^{x+3} - 4 \cdot 2^x = \frac{1}{2}$.

13 2005 B

Ktoré reálne číslo x je jediným riešením (koreňom) rovnice $\log_{10} 8 + \log_{10}(x-2) = \log_{10}(20-x)$?

14

Použitím substitúcie $z = (x+2)^2$ dostaneme z rovnice $(x^2+4x)^2 + 3 = (x+2)^2$ kvadratickú rovnicu $z^2 + bz + c = 0$. Nájdite túto rovnicu a do odpoveďového hárka napíšte hodnotu koeficientu *b.*

15 2008 A

Riešte rovnicu | x + 3 | + | 5 - x | = 24 v množine celých záporných čísel.

16 2008 B

Nájdite koreň rovnice $2^{x+3} = 3$. Výsledok zapíšte s presnosťou na dve desatinné miesta.

17 2008 B

Pre jednu hodnotu parametra p nemá daná rovnica $p(x - 1) = 5\,(x + 3)$ riešenie. Nájdite túto hodnotu *p.*

18 2009

Určte hodnotu koeficienta b tak, aby jeden z koreňov rovnice $5x^2 + bx + 24 = 0$ bol $x_1 = 8$.

19 2009

Rovnica $\log(x+2) = -\log(x+1)$ v množine R

(A) má len jedno kladné riešenie.

(B) má jedno kladné a jedno záporné riešenie.

(C) má dve záporné riešenia.

(D) nemá riešenie.

(E) má len jedno záporné riešenie.

20 2008 B

Rovnica $(x + 3)^2 = 5x + 21$ má dva korene. Vypočítajte hodnotu menšieho z nich.

4.2. - Nerovnice

01 Aká je hodnota čísla a, ak viete, že množinou všetkých koreňov nerovnice $x^2 + ax - 6 < 0$ je interval $(-2;3)$?

2005 A

02 Riešte nerovnicu $9 + 4x - 5(x-1) > 0$. Do odpoveďového hárka napíšte, koľko riešení (koreňov) tejto nerovnice patrí do množiny celých kladných čísel.

2005 B

03 Množinou všetkých riešení nerovnice $\dfrac{x-1}{x+3} < 0$ je interval (a, b). Určte číslo a.

04 Určte najmenšie reálne číslo x, ktoré vyhovuje nerovnici $\dfrac{4x-3}{5} \leq \dfrac{3x-4}{2}$.

2006 B

05 Riešte nerovnicu $\sqrt{x^2 - 2{,}5x} \leq 3$. Do odpoveďového hárka zapíšte najmenšie kladné číslo, ktoré je koreňom tejto nerovnice.

06 Množinou všetkých kladných riešení nerovnice $x^{20} > 3^{900} \cdot x^5$ je interval

(A) $(3^{885}; \infty)$. **(B)** $(3^{225}; \infty)$. **(C)** $(3^{60}; \infty)$. **(D)** $(0; 3^{60})$. **(E)** $(0; 3^{225})$.

07 Riešte nerovnicu $\left(\dfrac{9}{4}\right)^x \cdot \left(\dfrac{8}{27}\right)^x > \left(\dfrac{2}{3}\right)^8$. Do odpoveďového hárka napíšte najmenšie prirodzené číslo, ktoré nie je koreňom tejto nerovnice.

08 Množina všetkých riešení nerovnice $\log(x + 1) > \log(5 - x)$ je interval K. Nájdite tento interval K.

2008 A **(A)** $K = (2; 5)$ **(B)** $K = (-1; 5)$ **(C)** $K = (2; \infty)$ **(D)** $K = (-1; 2)$ **(E)** $K = (-\infty; 2)$

09 Riešením nerovnice $(x - 2)^2 \leq x - 2$ v množine R je interval

2008 A **(A)** $\langle 2; \infty)$. **(B)** $\langle 2; 3\rangle$. **(C)** $\langle 2; 4)$. **(D)** $(-\infty; 2\rangle$. **(E)** $(-\infty; 3\rangle$.

10 Množina všetkých riešení nerovnice $\dfrac{3x^2 + x - 6}{x^2} \leq 2$ je

2009

(A) $(-\infty; -3\rangle \cup \langle 2; \infty)$.
(B) $\langle -3; 2\rangle$.
(C) $\langle -2; 3\rangle$.
(D) $\emptyset$.
(E) $\langle -3; 0) \cup (0; 2\rangle$.

4.3. – Sústavy rovníc a nerovníc

01 2005 A

Riešením sústavy $\begin{aligned} x+2y+2z&=5 \\ 2x-\ y+3z&=3 \\ x+\ y+2z&=4 \end{aligned}$ je jediná usporiadaná trojica čísel $[x;y;z]$. Aká je hodnota neznámej z? .

02 2006 A

Nájdite také reálne číslo k, pre ktoré sústava $\begin{aligned} x+\ y+\ z&=1 \\ x-\ y+kz&=2 \\ 2x-2y-2z&=1 \end{aligned}$ troch rovníc s neznámymi x, y, z nemá riešenie.

03 2005 B

Riešte sústavu $\begin{aligned} x+3y&=9 \\ 3x-y&=2 \end{aligned}$. Do odpoveďového hárka zapíšte <u>len</u> hodnotu neznámej x.

04 2006 B

Nájdite také reálne číslo a, pre ktoré bude mať sústava $\begin{aligned} 2x-3y&=6 \\ 3x+ay&=9 \end{aligned}$ dvoch rovníc s neznámymi x, y nekonečne veľa riešení.

05 2007 B

Koľko koreňov má v množine celých čísel sústava nerovníc $\begin{aligned} x&>-4 \\ 14-2x&\geq 0 \end{aligned}$?

(A) 4 **(B)** 8 **(C)** 10 **(D)** 11 **(E)** 12

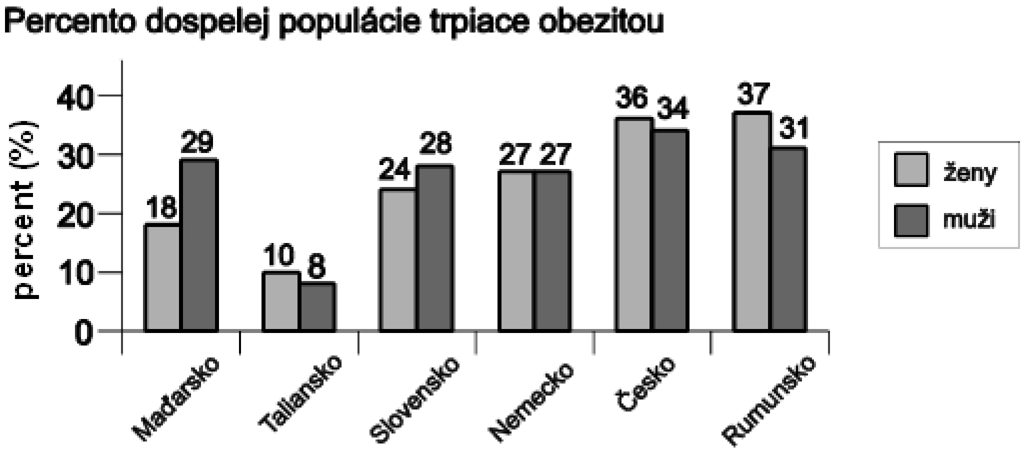
4.4. - Matematizácia

01 Z dreva sa získa 45 % buničiny a z nej 60 % papiera. Koľko ton papiera sa vyrobí z 300 ton dreva?

2005 A

02 Dospelú populáciu na Slovensku tvorí 2 250 tisíc žien a 2 075 tisíc mužov. Na základe nasledujúceho grafu uverejneného v dennej tlači vypočítajte (v tisíckach), koľko dospelých ľudí na Slovensku trpí obezitou.

2005 A



03 Školská jedáleň kúpila a kg zemiakov po 15 Sk/kg. Koľko kg zemiakov by mohla kúpiť za tú istú sumu, ak by za 1 kg zaplatila o b Sk menej?

2005 A

(A) $\frac{15\cdot a}{b}$ **(B)** $\frac{15\cdot a}{a-b}$ **(C)** $\frac{15-b}{a}$ **(D)** $(15-b)\cdot a$ **(E)** $\frac{15\cdot a}{15-b}$

04 V parlamente z prítomných poslancov hlasovalo 80 %, z toho polovica bola za prijatie návrhu A. Koľko poslancov bolo prítomných na tomto hlasovaní, ak za prijatie návrhu A hlasovalo 36 poslancov?

2005 B

05 Operátor mobilnej siete ponúkol službu, v ktorej za jednu odoslanú správu SMS účtuje 1,50 korún, pričom aktivácia tejto služby stojí 60 korún. Konkurencia okamžite reagovala ponukou 1,30 korún za odoslanú správu SMS spojenú s aktivačným poplatkom 70 korún. Pri akom počte odoslaných správ SMS budú obe služby rovnako výhodné?

06 Obchodník zmiešal x kg prísad do náterových hmôt, ktoré nakúpil po 12 korún za kilogram, s y kilogramami prísad, ktoré nakúpil po 16 korún za kilogram. Za akú cenu musí predávať 1 kg tejto zmesi, aby jej predajom získal o 1 000 korún viac, ako za prísady zaplatil?

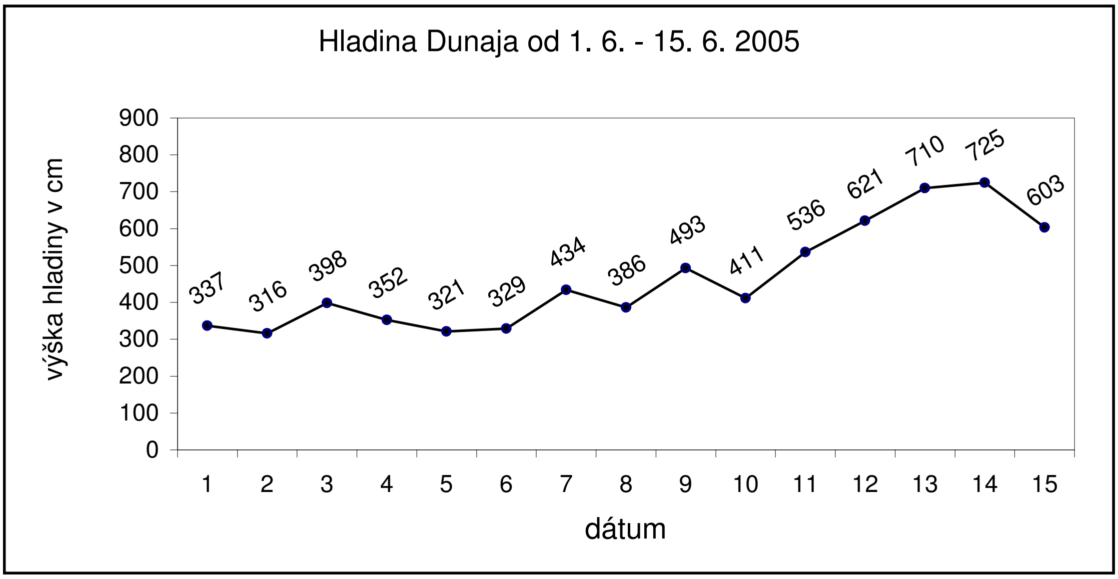
(A) $\frac{12x+16y+1000}{28}$ **(B)** $\frac{12x+16y}{28}+1000$

(C) $\frac{12x+16y}{x+y}+1000$ **(D)** $\frac{12x+16y-1000}{x+y}$

(E) $\frac{12x+16y+1000}{x+y}$

07 Výška hladiny Dunaja v Bratislave sa pravidelne meria každý deň o 6. hodine ráno. Graf nameraných hodnôt za prvú polovicu mesiaca jún 2005 vám predkladáme. Z uvedeného grafu určte najväčšiu zmenu (v centimetroch) za 24 hodín.

2006 AB



08 Podľa sčítania obyvateľstva žilo k 1. decembru 1970 na Slovensku 4 537 290 obyvateľov, k 1. decembru 1980 to bolo 4 991 168 obyvateľov. Predpokladajme, že za uvedené obdobie bol ročný percentuálny prírastok obyvateľstva p konštantný. Aká je (s presnosťou na tri desatinné miesta) hodnota p?

2006 AB

(A) 0,909 % **(B)** 0,958 % **(C)** 0,993 % **(D)** 1,000 % **(E)** 1,001 %

09 Vypočítajte s presnosťou na dve desatinné miesta, koľko percent z celkového počtu obyvateľov Slovenskej republiky tvorili v roku 2004 obyvatelia v predproduktívnom veku. Potrebné údaje sú v tabuľke.

Veková štruktúra obyvateľstva SR v tisíckach

	1999	2000	2001	2002	2003	2004
poproduktívny vek	968	976	985	1 000	1 005	1 022
produktívny vek	3 361	3 390	3 395	3 411	3 431	3 444
predproduktívny vek	1 059	1 036	1 000	969	944	919

10 Agáta mala riešiť úlohu: „Ak polomer r kruhu zväčšíme o dva centimetre, zväčší sa jeho obsah o 32 %. Vypočítajte veľkosť r“. Ak postupovala správne, dostala Agáta pre neznámy polomer r rovnicu

(A) $0{,}32r^2 - 4r - 4 = 0$.
(B) $131r^2 - 4r - 4 = 0$.
(C) $0{,}68r^2 + 4r + 4 = 0$.
(D) $31r^2 - 4r - 4 = 0$.
(E) $0{,}32r^2 + 4r + 4 = 0$.

11 V podniku XYLOTEX pracuje celkom 180 pracovníkov, ich priemerná mzda je M korún. Keby podnik prijal ďalších 20 zamestnancov, ktorých priemerná mzda by bola S korún, znížila by sa tým celková priemerná mzda v podniku o 3,5 %.

2007 A

Vypočítajte hodnotu podielu $\frac{S}{M}$.

12 V nasledujúcej tabuľke sú ceny 4 potravinárskych výrobkov v rôznych predajniach.

2007 AB

predajňa	bravčové karé (1 kg)	kryštálový cukor (1 kg)	olej Raciol (1 liter)	zemiaky skoré (1 kg)
Tuscon	123,90	25,90	42,90	9,90
Termos	134,90	29,90	42,90	10,90
Hyperstar	123,90	29,90	42,90	9,90
Bullock	174,90	28,90	42,90	7,90
Kaufhaus	123,90	31,90	39,90	9,90

Janko má kúpiť 1,5 kg bravčového karé, 1 liter oleja Raciol a 5 kg skorých zemiakov. V ktorej z uvedených predajní bude tento nákup najlacnejší?

(A) Tuscon **(B)** Termos **(C)** Kaufhaus **(D)** Hyperstar **(E)** Bullock

13 Predpoveď počasia predpokladala rýchlosť vetra 10 m/s. Vyjadrite túto rýchlosť v km/h.

14 Tri spolužiačky Alena, Barbora a Cecília si mali rozdeliť istú sumu peňazí. Alena dostala A Sk, Barbora B Sk a Cecília C Sk. Pri rozdelení platilo $A : B = 9 : 7$ a $B : C = 6 : 13$.

2008 AB

Alena a Cecília spolu dostali 1 450 Sk. Koľko korún dostala Barbora?

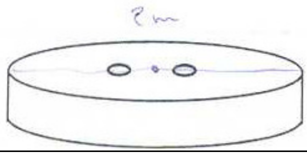
15 Sobotného divadelného predstavenia, ktoré je určené pre rodičov s deťmi, sa zúčastnil istý počet dospelých a o dve tretiny viac detí. Lístok pre dospelých stál 400 Sk.
Za deti vybrali na vstupnom o 25 % korún viac ako za dospelých.

2008 B

O koľko korún stál lístok pre dieťa menej ako lístok pre dospelého?

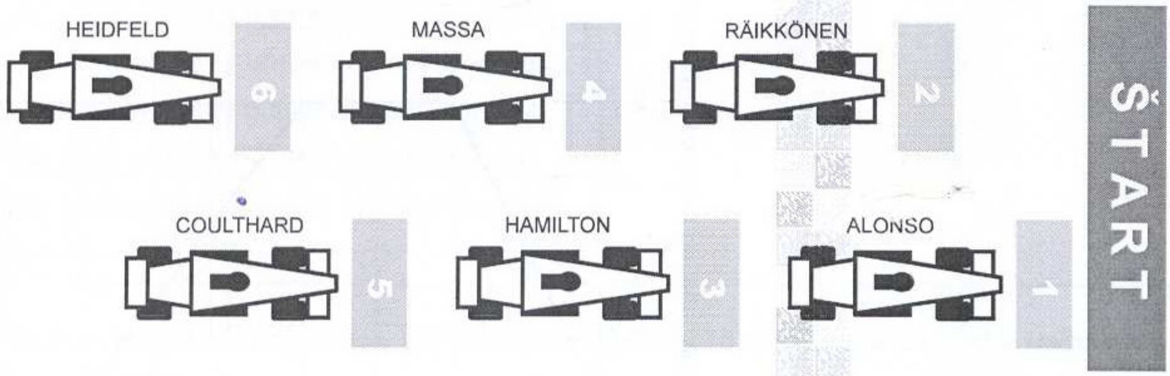
16 **2009**

Veľký drevený dvojdierkový gombík má priemer 2 cm. Veľkosť polomeru oboch dierok je 1 mm. Vyjadrite v percentách odpad materiálu, ktorý vznikne pri výrobe dvoch dierok jedného gombíka.



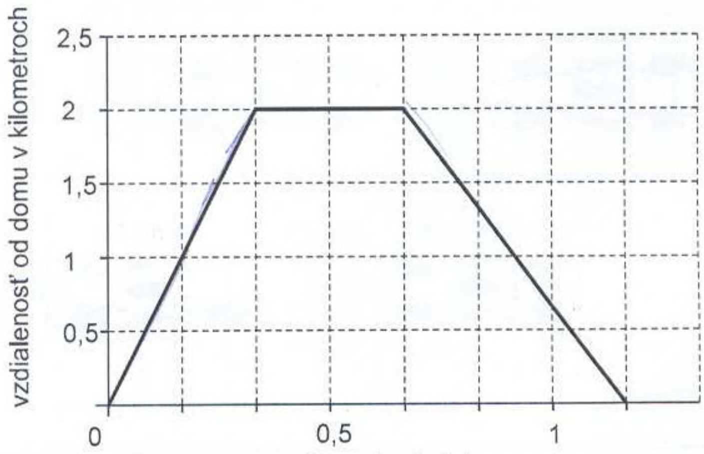
17 **2009**

Na obrázku je znázornené štartové poradie na prvých šiestich miestach pretekov Formuly 1. V ďalších pretekoch štartovali z prvých šiestich miest tí istí pretekári. Räikkönen a Coulthard štartovali z toho istého miesta, všetci ostatní si zmenili štartové umiestnenie. Massa si vybojoval lepšiu štartovú pozíciu a súčasne si Alonso zhoršil svoju štartovú pozíciu. Koľko rôznych štartových poradí na prvých šiestich miestach mohlo byť v ďalších pretekoch?



18 **2009**

Michal u starej mamy na dedine chodieva nakupovať z jej domu do obchodu a naspäť vždy priamou cestou. Nasledujúci graf znázorňuje jednu Michalovu cestu. Zistite, akou rýchlosťou išiel z obchodu domov.

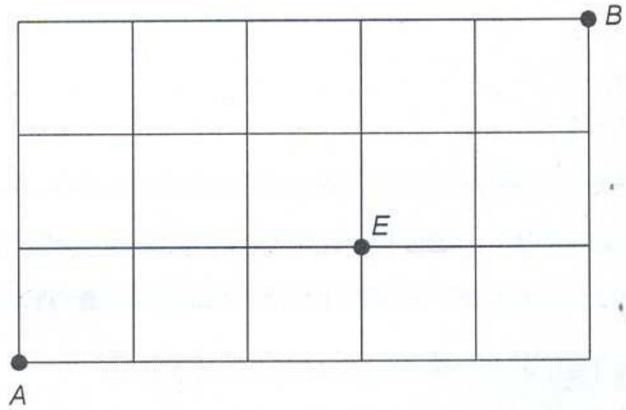


(A) 2 km/h **(B)** 4 km/h **(C)** 6 km/h **(D)** 8 km/h **(E)** 10 km/h

19

2009

Koľko existuje rôznych najkratších ciest z bodu A do bodu B cez bod E, ak cesta môže ísť len po stranách štvorčekov?



(A) 12 **(B)** 24 **(C)** 10 **(D)** 7 **(E)** 4

4.5. – Ekonomika a matematika

01 Podnikateľ zistil, že celkové náklady N (materiál, energia, mzdy, …) na výrobu istej súčiastky vyjadrené v korunách sú určené funkciou $N = 1200 + 25k$, kde k je počet vyrobených súčiastok. Vyrobené súčiastky predáva za rovnakú cenu 35 korún za kus. Najmenej koľko súčiastok musí vyrobiť a predať, aby mal aspoň minimálny zisk?

02 Podnikateľ zistil, že celkové náklady N (materiál, energia, mzdy, …) na výrobu istej súčiastky vyjadrené v korunách sú určené funkciou $N = 1200 + 25k$, kde k je počet vyrobených súčiastok. Vyrobené súčiastky predáva za rovnakú cenu 35 korún za kus. Najmenej koľko súčiastok musí vyrobiť a predať, aby mal zisk aspoň 10000 korún?

03 Funkcia celkových nákladov pri výrobe istého strojového zariadenia má tvar

$$N = 0{,}015k^3 - 13{,}5k^2 + 4500k + 300000,$$

kde k predstavuje počet vyrobených zariadení a N celkové náklady na ich výrobu. Určte priemerné náklady (s presnosťou na jedno desatinné miesto) na výrobu jedného zariadenia, ak sa vyrobilo 700 zariadení.

04 Celkové náklady na výrobu osviežujúceho nápoja ZON vyjadruje funkcia

$$N = 500 + 8m - 0{,}02m^2,$$

kde N sú náklady v korunách a m je množstvo vyrobeného nápoja v hektolitroch.
V súčasnosti vyrába podnik 100 hektolitrov nápoja ZON. Vypočítajte o koľko sa zvýšia celkové výrobné náklady, ak sa výroba nápoja zvýši o 1 %.

05 Finálny výrobok sa skladá z dvoch komponentov A a jedného komponentu B. Cena komponentu A je 50 Sk a cena komponentu B je 30 Sk. Vypočítajte o koľko percent (s presnosťou na jedno desatinné miesto) sa zvýši cena finálneho výrobku, ak cena komponentu A sa zvýši o 20 % a cena komponentu B o 10 %.

06 Závislosť ceny c jedného kusa istého tovaru od požadovaného množstva m vyjadruje funkcia $c = 2 + 3e^{-m}$, kde c je cena v korunách a m množstvo v kusoch. Závislosť množstva tovaru m od jeho jednotkovej ceny c vyjadruje funkcia $m = -\ln\dfrac{c+a}{b}$. Určte hodnotu čísla a.

Poznámka: e – Eulerova konštanta

07 Firma REPKA analýzou nákladov zistila, že pri výrobe k hektolitrov jedlého oleja vyjadruje jej zisk funkcia $z = -36{,}7k^2 + 1466x - 1000$. Vypočítajte (s presnosťou na dve desatinné miesta) koľko hektolitrov oleja by firma musela vyrobiť, aby jej celkový zisk bol maximálny.

08 Celkové mesačné náklady na výrobu osviežujúceho nápoja PIMA vyjadruje funkcia

$$n = 2000 + 300k - k^2,$$

kde k je počet vyrobených hektolitrov. Mesačne sa vyrába 100 hektolitrov nápoja PIMA, no od budúceho mesiaca sa plánuje 10 % zvýšenie výroby. Vypočítajte priemerné výrobné náklady na každý hektoliter nápoja vyrobený nad pôvodný plán.

09 2008 B

Firma si kúpila nové auto za 350 000 Sk. Pri používaní sa cena auta každoročne znižuje o 20 % z jeho ceny v predchádzajúcom roku. Aká bude cena auta po piatom roku? Výsledok zaokrúhlite na celé číslo.

(A) 0 Sk
(B) 70 000 Sk
(C) 91 750 Sk
(D) 114 688 Sk
(E) 143 360 Sk

10 2009

Obchodník predával digitálny fotoaparát za 360 eur. Tridsať percent z tejto ceny bol jeho zisk. Po čase klesol záujem o predaj tohto fotoaparátu a preto obchodník znížil jeho predajnú cenu o 10 %. Koľko percent z novej ceny teraz tvorí obchodníkov zisk?
Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

5.1. – Funkcie - vlastnosti

01 Funkcia $y = x^6 + 7x^3 - 8$

(A) má minimum rovné –44,75.

(B) má minimum rovné –20,25.

(C) má minimum rovné –8.

(D) má minimum rovné $-\sqrt[3]{3{,}5}$.

(E) nemá minimum.

02 Vieme, že pre vhodné reálne číslo a sa funkcia $f : y = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{4}{x+2}$ rovná funkcii $g : y = \dfrac{6x}{x^2 + x - 2}$. Vypočítajte číslo a.

03 Funkcia $f : y = \dfrac{x-2}{\sqrt{x^2+1}}$ je na intervale $\left(-\infty ; -\dfrac{1}{2}\right\rangle$ klesajúca a na intervale $\left\langle -\dfrac{1}{2} ; \infty\right)$ rastúca. Nájdite najväčšiu hodnotu tejto funkcie na intervale $\left\langle -\dfrac{4}{3} ; \dfrac{4}{3}\right\rangle$.

04 Pre ktoré čísla a, b je priamka daná rovnicou $y = ax + b$ dotyčnicou grafu funkcie $f : y = x^3 - 2x^2 + 7x + 3$ v bode $[2 ; 17]$?

05 Zložením vonkajšej funkcie $f : y = 3x^2 - 2x + 7$ a vnútornej funkcie $h : y = x - 1$ vznikne funkcia

(A) $y = 3x^3 - 5x^2 + 9x - 7$.

(B) $y = 3x^2 - 8x + 12$.

(C) $y = 3x^2 - 8x + 8$.

(D) $y = 3x^2 - 2x + 6$.

(E) $y = 3x^2 - x + 6$.

06 Zložením vonkajšej funkcie $f : y = x^2$ a vnútornej funkcie $g : y = x + 3$ vznikne zložená funkcia $f(g(x))$ s predpisom

(A) $y = x^2 + 6x + 9$.

(B) $y = x^2 + x + 3$.

(C) $y = x^2 + 3$.

(D) $y = \dfrac{x^2}{x+3}$.

(E) $y = x^3 + 3x^2$.

07 Koľko čísel z 21-prvkovej množiny $\{-10 ; -9 ; -8 ; \ldots ; 7 ; 8 ; 9 ; 10\}$ patrí do definičného oboru funkcie $f : y = \sqrt{x+4}$?

08 Definičným oborom funkcie $f: y=\sqrt{\ln\frac{x}{4-x}}$ je interval $\langle a; b)$. Nájdite tento interval a do odpoveďového hárka napíšte podiel $\frac{a}{b}$.

2006 A

09 Ktorá z nasledujúcich množín je definičný obor funkcie $f: y=\sqrt{\frac{x+4}{x-3}}$?

(A) $(-\infty;-4)\cup(3;\infty)$ **(B)** $(-\infty;-4\rangle\cup(3;\infty)$

(C) $\langle-4;3)$ **(D)** $(-4;3)$

(E) $\langle-4;3\rangle$

10 Ktorá z nasledujúcich množín je definičný obor funkcie $f: y=\sqrt{\frac{-6}{5x^2+2x-3}}$?

2007 A

(A) $(-3;5)$ **(B)** $(-1;0{,}6)$

(C) $(-5;3)$ **(D)** $(-\infty;-1)\cup(0{,}6;\infty)$

(E) $(-\infty;-5)\cup(3;\infty)$

11 Ktorá z nasledujúcich funkcií má obor hodnôt $(0;\infty)$?

2007 A

(A) $y=-\log x$ **(B)** $y=\log x$ **(C)** $y=-(10^{-x})$ **(D)** $y=-(10^{x})$ **(E)** $y=10^{-x}$

12 Definičný obor funkcie $f: y=\sqrt{\frac{1-x}{x+7}}$ je interval $(a; b\rangle$. Nájdite tento interval a do odpoveďového hárku napíšte hodnotu $a+b$.

2007 B

13 Ako treba zvoliť číslo a, aby funkcia $f(x)=ax+3+|2x-5|$ bola na intervale $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right\rangle$ konštantná?

14 Nech $f(x) = 128 - 2x^3$. Pre čísla a, b platí $f(b) = 0$ a zároveň $f(a) = b$. Nájdite číslo a. Výsledok zapíšte s presnosťou na dve desatinné miesta.

2008 A

15

2008 B

Definičný obor funkcie $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+5}}$ je

(A) $D(f) = R - \{-5\}$.

(B) $D(f) = \langle 1; \infty)$.

(C) $D(f) = (-\infty; -5) \cup \langle 1; \infty)$.

(D) $D(f) = (-\infty; -5)$.

(E) $D(f) = (-5; 1\rangle$.

16

Graf funkcie $f: y = \dfrac{x+8}{x-4}$ pretína súradnicové osi v bodoch A a B. Určte vzdialenosť bodov A a B. Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

5.2. – Funkcie - grafy

01 Určte počet priesečníkov (spoločných bodov) grafu funkcie $f : y = (x^2 - 1).(4x^2 + 4x + 1)$ so súradnicovou osou x.

2005 A

02 Funkcia f rastie na intervale $(-\infty; 3\rangle$ a klesá na intervale $\langle 3; \infty)$, jej graf pretína os x v bodoch $[1; 0]$ a $[4; 0]$. Na ktorých intervaloch funkcia $y = |f(x)|$ klesá?

2006 A

(A) $(-\infty; 1\rangle$ a $\langle 3; 4\rangle$

(B) $\langle 3; \infty)$

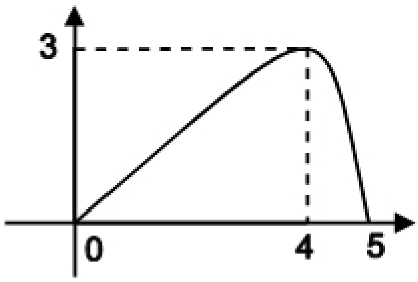
(C) $\langle 1; 3\rangle$ a $\langle 4; \infty)$

(D) $(-\infty; 1\rangle$ a $\langle 4; \infty)$

(E) $\langle 1; 4\rangle$

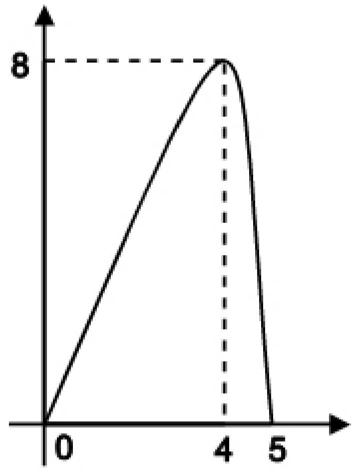
03 Na obrázku je graf funkcie $y = f(x)$.

2005 A

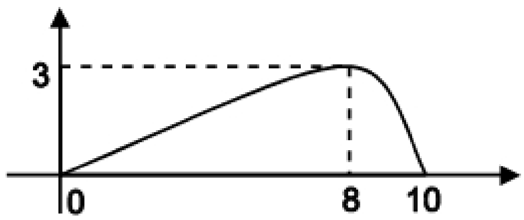


Na ktorom z nasledujúcich obrázkov je graf funkcie $y = f(x+5)$?

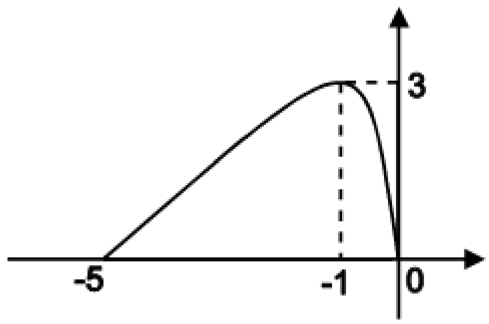
(A)



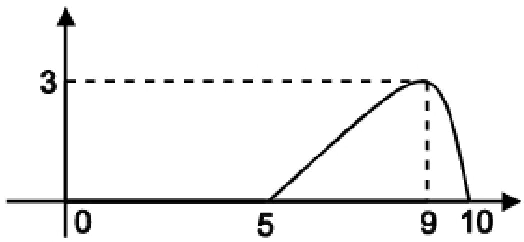
(B)



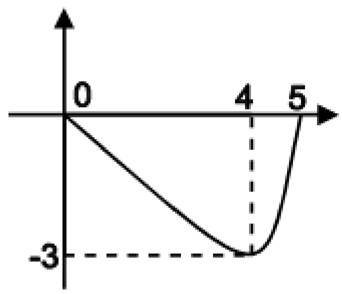
(C)



(D)

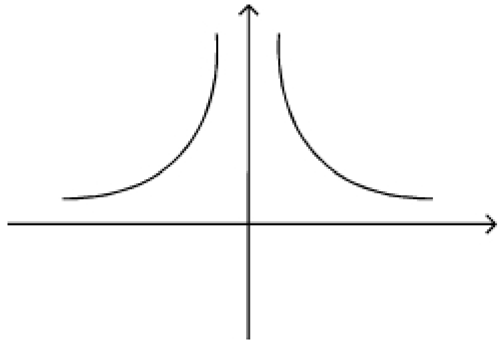


(E)

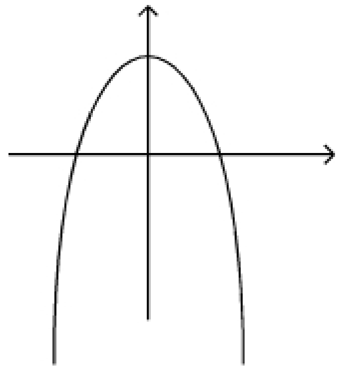


04 Ktorý z nasledujúcich grafov je grafom prostej funkcie?

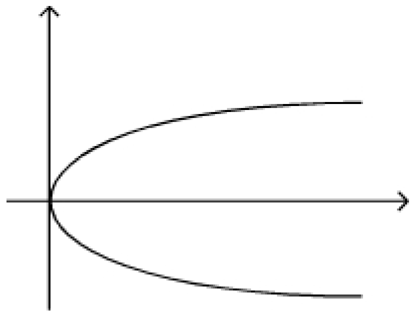
(A)



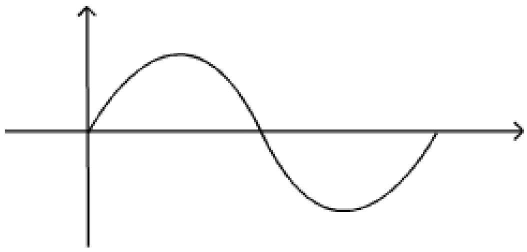
(B)



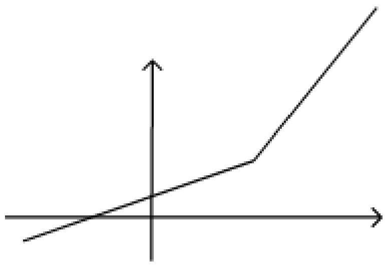
(C)



(D)

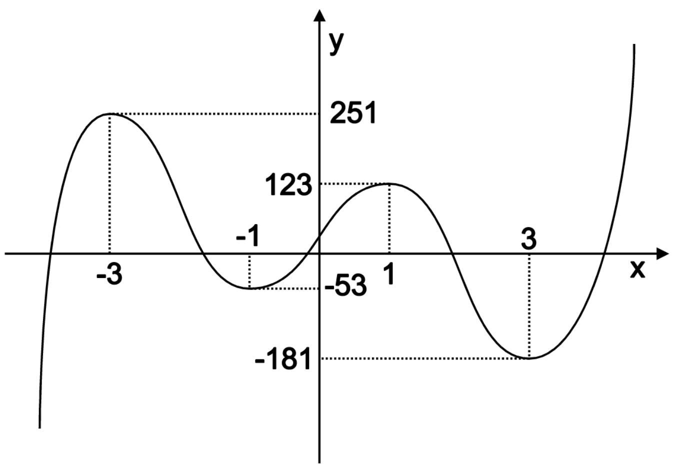


(E)



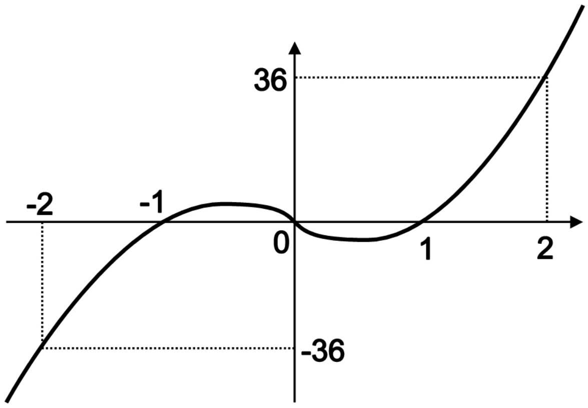
05 Na obrázku je graf funkcie $f: y = 3x^5 - 50x^3 + 135x + 35$ s vyznačenými hodnotami všetkých jej lokálnych maxím a miním.

2007 A



Nájdite najväčšie $a \in R$, pre ktoré má rovnica $f(x) = a$ štyri rôzne reálne korene.

06 Na obrázku je graf funkcie g, ktorá pretína os x v bodoch $[-1;0]$, $[0;0]$ a $[1;0]$. Ktorá z nasledujúcich množín je množinou všetkých riešení nerovnice $\sqrt{g(x)} \le 6$?



(A) $\langle -2;2 \rangle$

(B) $\langle 1;2 \rangle$

(C) $\langle -2;-1 \rangle \cup \langle 0;1 \rangle$

(D) $\langle -1;0 \rangle \cup \langle 1;2 \rangle$

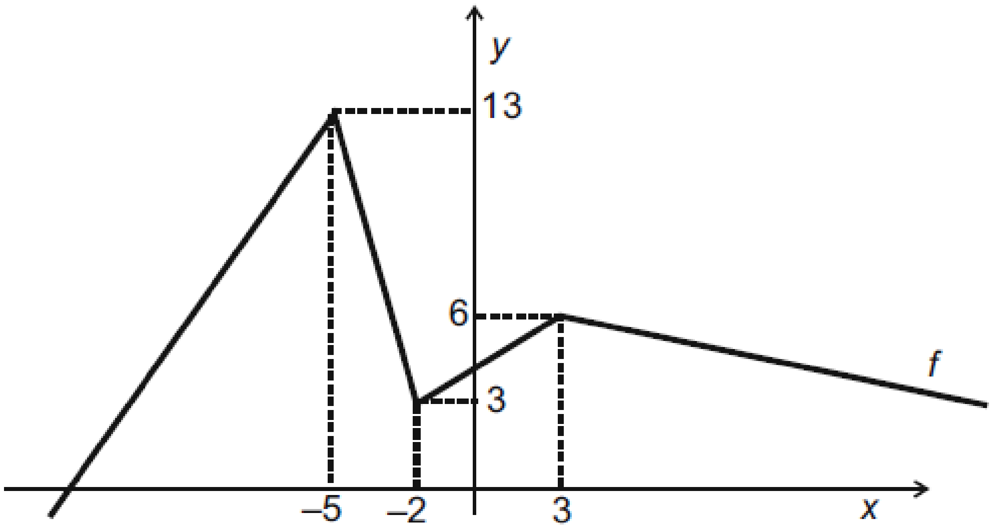
(E) $\langle -2;-1 \rangle \cup \langle 1;2 \rangle$

07

2008

AB

Na obrázku je graf funkcie f. Pre funkciu g platí $g(x) = 4 . f(x)$. Určte maximálnu hodnotu funkcie g.

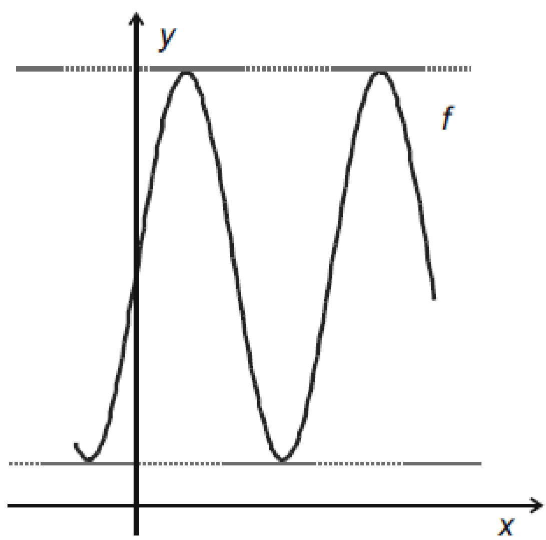


08

2008

AB

Na obrázku je načrtnutý graf funkcie $f : y = a . \sin(2x) + b$. Jej obor hodnôt je interval $(1;7)$. Vypočítajte hodnotu čísla b.



09 Graf funkcie *f* : $y = -\frac{4}{3}x + 8$ pretína súradnicové osi v bodoch *A, B*.

2008 B Určte vzdialenosť stredu úsečky *AB* od začiatku súradnicovej sústavy.

10 Posunutím grafu funkcie *f* : $y = 2\,(x - 2)^2 + 2$ v kladnom smere osi *y* o 3 sme dostali graf funkcie *g*: $y = a\,x^2 + bx + c$. Určte hodnotu *c*.

2008 B **(A) 5** **(B) 7** **(C) 10** **(D) 13** **(E) 22**

5.3. – Lineárna funkcia

01 Akú hodnotu má smernica priamky $p : x + 2y - 8 = 0$?

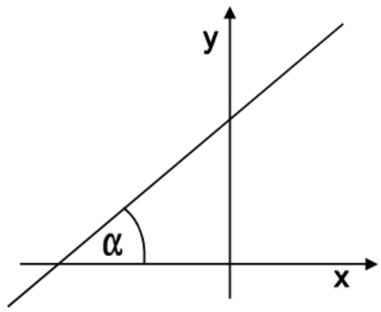
02 Lineárna funkcia f má smernicu $k = 0{,}4$ a jej graf pretína os y v bode $[0\,;-4]$. Nech g je inverzná funkcia k funkcii f. Zistite súradnice bodu $A[x_A; y_A]$, v ktorom graf funkcie g pretína os y.

03 Priamka, ktorá je grafom lineárnej funkcie f má smernicu $k = 2$ a pretína os y v bode $[0;3]$. Akú hodnotu má táto funkcia pre $x = -5$?

2006 B

04 Graf lineárnej funkcie prechádza bodom $A[0;2]$ a s x-ovou osou zviera uhol α, pre ktorý platí $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

Určte hodnotu tejto funkcie pre $x = -4$.



05 Pre ktorú hodnotu $c \in R$ je funkcia $f : y = 5x + c$ inverzná k funkcii $g : y = 0{,}2x - 10$?

2007 A **(A)** $c = 50$ **(B)** $c = 10$ **(C)** $c = -10$ **(D)** $c = -50$ **(E)** $c = -250$

06 Funkcia f je lineárna a platí $f(0) = 2$, $f(3) = -1$. Vypočítajte $f(10)$.

2007 B

5.4. – Kvadratická funkcia

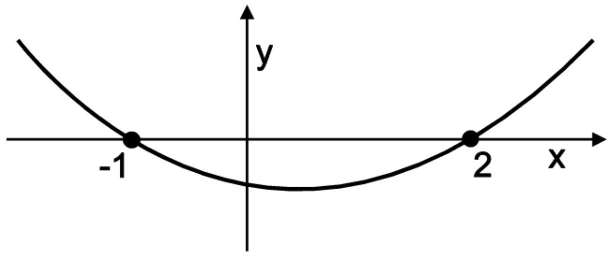
01 Pre vhodné čísla A, B sa funkcia $y = 4x^2 + 4x - 3$ rovná funkcii $y = A(x-1)(x+2) + B$. Určte hodnotu čísla B.

2005 A

02 Na obrázku je časť grafu kvadratickej funkcie $y = x^2 + bx + c$.

2006 AB

Akú hodnotu má v predpise tejto funkcie koeficient b?



(A) 1 **(B)** 3 **(C)** –6 **(D)** –2 **(E)** –1

03 Vieme, že inverzná funkcia f^{-1} k funkcii $f : y = x^2 + 4x - 5$, $x \in \langle -2; \infty)$, má predpis tvaru $f^{-1} : y = a + \sqrt{x + b}$. Nájdite tento predpis a do odpoveďového hárka zapíšte hodnotu a.

04 Nájdite najmenšiu hodnotu funkcie $y = 2x^2 + 6x - 7$ na intervale $\langle -3; -2 \rangle$.

05 Nájdite hodnotu $a \in R$ tak, aby priamka s rovnicou $x = a$ bola osou súmernosti grafu kvadratickej funkcie $f : y = x^2 + 6x + 11$.

2007 AB

06 Určte obor hodnôt funkcie $f(x) = -2.(x + 7)^2 + 5$, definovanej na intervale $\langle -12; 0)$.

2008 A

(A) $H(f) = \langle -93; -45)$

(B) $H(f) = (-93; 5\rangle$

(C) $H(f) = (-93; -45\rangle$

(D) $H(f) = \langle -93; 5)$

(E) $H(f) = \langle -45; 5\rangle$

5.5. – Lineárna lomená funkcia

01 Ktoré reálne číslo <u>nepatrí</u> do oboru hodnôt funkcie $f : y = \dfrac{4x+2}{5x-1}$?

02 Existuje iba jedno reálne číslo, ktoré nepatrí do oboru hodnôt funkcie $f : y = \dfrac{4x+3}{2x-5}$. Nájdite ho.

2007 B

03 Graf lineárnej lomenej funkcie $y = \dfrac{x+3}{2x-8}$ je súmerný podľa stredu $S[m, n]$. Nájdite a do odpoveďového hárka zapíšte číslo m.

2005 A

04 Graf lineárnej lomenej funkcie $y = \dfrac{x+3}{2x-8}$ je súmerný podľa bodu $S[a, b]$. Nájdite číslo b.

05 Ktoré z nasledujúcich tvrdení o extrémoch funkcie $f : y = \dfrac{2x-6}{x-1}$ definovanej na intervale $\langle 2; 3 \rangle$ je pravdivé?

2006 AB

Pomôcka: Načrtnite si graf funkcie f.

(A) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda minimum pre $x = 2$ a maximum pre $x = 3$.

(B) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda maximum pre $x = 2$ a minimum pre $x = 3$.

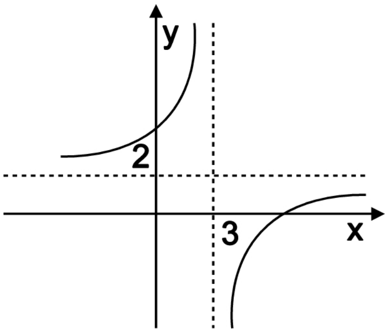
(C) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda maximum, ale nenadobúda minimum.

(D) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nadobúda minimum, ale nenadobúda maximum.

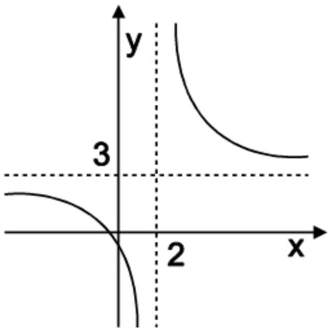
(E) Funkcia f na $\langle 2; 3 \rangle$ nenadobúda ani maximum ani minimum.

06 Na ktorom z nasledujúcich obrázkov je načrtnutý graf funkcie $y = \dfrac{2x-8}{x-3}$?

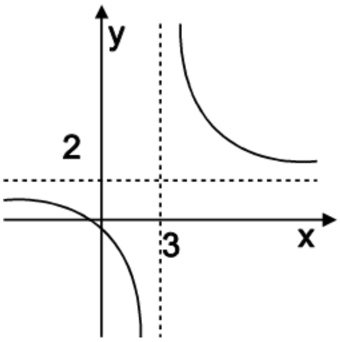
(A)



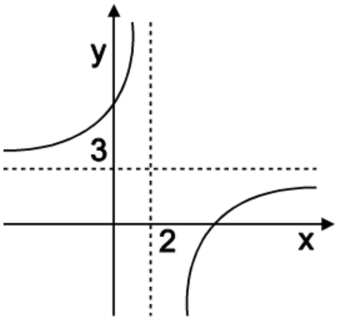
(B)



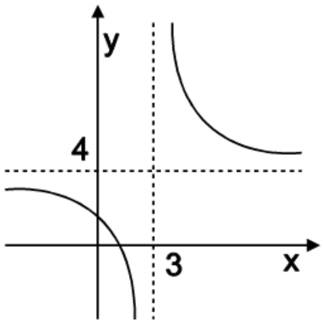
(C)



(D)



(E)



5.6. – Exponenciálna funkcia

01 Nájdite riešenie rovnice $5^x = 60$. Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.

02 Funkcia $f : y = 3^x - 2$ je

2005 A

(A) zdola ohraničená, zhora neohraničená a klesajúca.

(B) zdola ohraničená, zhora neohraničená a rastúca.

(C) zdola neohraničená, zhora ohraničená a klesajúca.

(D) zdola neohraničená, zhora ohraničená a rastúca.

(E) neohraničená zdola aj zhora a rastúca.

03 Ktoré <u>záporné</u> číslo je koreňom rovnice $3^{|x|} = 9$?

2005 B

04 Aký predpis má inverzná funkcia f^{-1} k funkcii $f : y = 10^{x-1} + 1$?

2005 B

(A) $f^{-1} : y = \log_{10}(x+1) - 1$ **(B)** $f^{-1} : y = \log_{10}(x-1) - 1$

(C) $f^{-1} : y = \log_{10} x + 1$ **(D)** $f^{-1} : y = \log_{10}(x+1) + 1$

(E) $f^{-1} : y = \log_{10}(x-1) + 1$

05 Exponenciálna funkcia $f : y = a^x$ má v bode $x = 3$ hodnotu $f(3) = \frac{1}{27}$. Vypočítajte $f(-2)$.

06 Ak M je množina všetkých tých hodnôt $m \in R$, pre ktoré je exponenciálna funkcia $f : y = \left(\frac{m+2}{5}\right)^x$ rastúca, tak

2007 AB

(A) $M = (-2; \infty)$. **(B)** $M = (-\infty; -2)$.

(C) $M = (0; 3)$. **(D)** $M = (-\infty; 3)$.

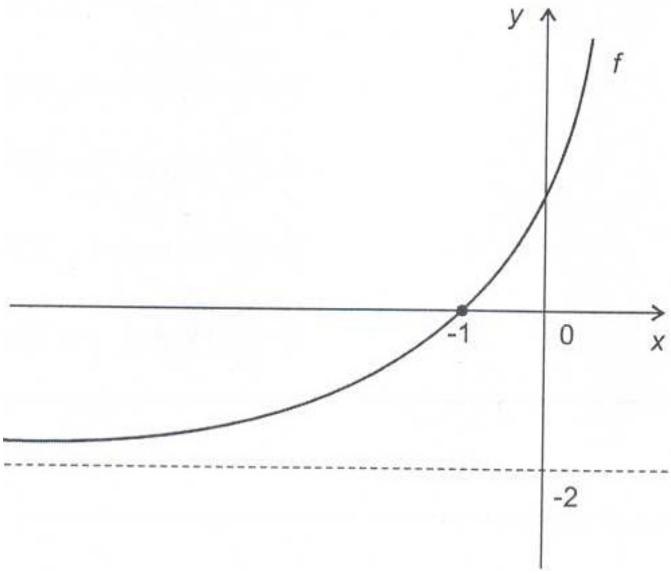
(E) $M = (3; \infty)$.

07 Pre ktoré reálne číslo x platí, že $2^x = \frac{1}{32}$?

08

2009

Na obrázku je časť grafu funkcie $f: y = 2^{x+a} + b$, kde a, b sú neznáme reálne čísla. Akú hodnotu má súčin $a \, . \, b$?



(A) **4** **(B)** **2** **(C)** **0** **(D)** **- 3** **(E)** **- 4**

5.7. – Logaritmická funkcia

01 Ak M je množina všetkých $x \in R$, pre ktoré nadobúda logaritmická funkcia

$$f : y = \log_{0,2}(4x-1)$$

kladné funkčné hodnoty, tak $M =$

(A) $(0;0,5)$. **(B)** $(0,25;0,5)$. **(C)** $(0,25;\infty)$. **(D)** $(0,3;\infty)$. **(E)** $(0,5;\infty)$.

02 Ak $\log_a x = t$, tak

2005 A **(A)** $x = a^t$. **(B)** $x = t^a$. **(C)** $a = x^t$. **(D)** $a = t^x$. **(E)** $t = x^a$.

03 Vypočítajte $\log_{10} x$, ak viete, že $10^6 = \sqrt{x}$.

04 Vypočítajte $\log_x y$, ak viete, že $y^5 = \sqrt{x^3}$ a x, y sú kladné čísla, nerovnajúce sa 1.

2006 A

05 Určte x-ovú súradnicu bodu, v ktorom graf funkcie $y = 2\log_{10}(3x+1) - 4$ pretína x-ovú os.

06 Ktorá z nasledujúcich množín je definičným oborom funkcie $y = \log\left(9 - 8x - x^2\right)$?

2006 B **(A)** $(-\infty; -9) \cup (1; \infty)$ **(B)** $\langle 0; 9)$

(C) $\langle 0; 1)$ **(D)** $(-1; 9)$

(E) $(-9; 1)$

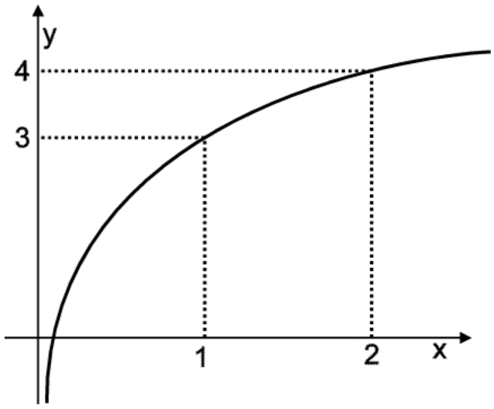
07 Logaritmovaním zistite, koľkociferné je číslo 7^{1000}. Do odpoveďového hárka napíšte zistený počet cifier.

08 Nájdite číslo x, pre ktoré platí $\log_x 7 = 2$. Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

09 Na obrázku je graf logaritmickej funkcie $f : y = b + \log_a x$.

Nájdite predpis tejto funkcie a do odpoveďového hárka zapíšte hodnotu *a*.

2007 A



10 Rovnica log(x + 18) – log x = 1 má v množine R práve jeden koreň. Nájdite ho.

„Nájdite kladné číslo x s touto vlastnosťou: Ak x zväčšíme o 18, zväčší sa jeho dekadický logaritmus o 1."

2007 B

5.8. – Goniometrická funkcia

01 Ak predpis funkcie $f: y=\frac{1-\mathrm{tg}^2 x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$, pričom $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, vyjadríme pomocou $t=\cos x$, dostaneme $y=$

(A) $\frac{1-t^2}{1+t^2}$. **(B)** $\frac{t^2}{2-t^2}$. **(C)** $\frac{1}{2t^2-1}$. **(D)** $1-2t^2$. **(E)** $2t^2-1$.

02 Výraz $\frac{6.\mathrm{tg}x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$ možno pre všetky $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi \; (k \in Z)$ upraviť na tvar $A.\sin(Bx)$. Nájdite hodnotu A.

03 Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y=\mathrm{tg}\,x$ na intervale $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ je pravdivé?

(A) Na intervale $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ je funkcia f zhora aj zdola neohraničená.

(B) Na intervale $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ je funkcia f zhora neohraničená a zdola ohraničená.

(C) Na intervale $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ je funkcia f zhora ohraničená a zdola neohraničená.

(D) Na intervale $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ je funkcia f ohraničená a nadobúda len záporné hodnoty.

(E) Na intervale $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ je funkcia f ohraničená a nadobúda len kladné hodnoty.

04 Číslo $a \in R$ sme zvolili tak, aby $x=\frac{5\pi}{8}$ bolo jedným z riešení (koreňov) rovnice $\sin x = a$. Nájdite súčet všetkých zvyšných riešení (koreňov) tejto rovnice v intervale $\langle 0; 4\pi \rangle$. Výsledok napíšte v tvare $k \cdot \pi$, kde k je vhodný zlomok v základnom tvare.

05 Pre ktoré $x \in \langle 12\pi; 13\pi \rangle$ nadobúda funkcia $f: y=\sin x$ maximum? Výsledok napíšte v tvare $k \cdot \pi$, kde k je vhodné (desatinné) číslo.

06 V ktorom bode intervalu $\langle -90°; 360° \rangle$ nadobúda funkcia $f: y=\sin x$ najväčšiu hodnotu?

07 2007 B Ktorý uhol $\alpha \in \langle 90°; 270° \rangle$ má rovnaký sínus ako uhol $754°$?

08 Funkcia $y = 1 - (\cos x - \sin x)^2$ má pre každé $x \in R$ rovnakú hodnotu ako funkcia

2005 A **(A)** $1 - \cos x$ **(B)** $\cos 2x$ **(C)** $\sin x$ **(D)** $1 - \sin x$ **(E)** $\sin 2x$

09 Rovnica $(\sin x + \cos x)^2 = 1{,}5$ má v intervale $(0°; 90°)$ dva korene. Určte (v stupňoch) väčší z nich.

2006 A

10 Funkcia $y = \sin x$ má na intervale $\left\langle -\frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$ tento priebeh:

2005 B

(A) rastie na $\left\langle -\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ a klesá na $\left\langle \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$.

(B) klesá na $\left\langle -\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} \right\rangle$ a rastie na $\left\langle \frac{\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$.

(C) rastie na $\left\langle -\frac{\pi}{2} ; 0 \right\rangle$ a na $\left\langle \pi ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$, klesá na $\langle 0 ; \pi \rangle$.

(D) klesá na $\left\langle -\frac{\pi}{2} ; 0 \right\rangle$ a na $\left\langle \pi ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$, rastie na $\langle 0 ; \pi \rangle$.

(E) klesá na $\left\langle -\frac{\pi}{2} ; \pi \right\rangle$ a rastie na $\left\langle \pi ; \frac{3\pi}{2} \right\rangle$.

11 Pre ktoré x z intervalu $(90° ; 180°)$ nadobúda funkcia $f : y = \sin 2x + \sin x$ nulovú hodnotu?

12 Nájdite riešenie (v stupňoch) rovnice $\cos x = \frac{1}{2}$ v intervale $(180° ; 360°)$.

2005 B

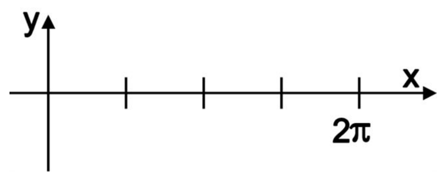
13 Nájdite (v stupňoch) najmenší kladný koreň rovnice $\cos(3x) = 0{,}5$.

14 Nech α je tupý uhol, pre ktorý platí $\sin\alpha = 0{,}8$. Potom $\cos\alpha =$

(A) 0,8 **(B)** 0,7 **(C)** 0,6 **(D)** – 0,6 **(E)** – 0,8

15 Ak v jednom obrázku načrtneme grafy funkcií $y = \sin x$ a $y = \cos x$, tak vidíme, že množina $M = \{x \in \langle 0 ; 2\pi \rangle ; \sin x > \cos x\}$ je otvorený interval $(a\pi ; b\pi)$. Nájdite číslo b.

2006 B



16 Použite vzorec $\sin\alpha - \cos\alpha = \sqrt{2}\sin(\alpha - 45°)$ pri riešení nasledujúcej úlohy: „Nájdite uhol $\alpha \in \langle 0°; 90° \rangle$, pre ktorý sa $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$." Výsledok uveďte v stupňoch.

2007 A

17 Akú najväčšiu hodnotu nadobúda funkcia $y = -3 + \cos x$?

Riešenie:
$y = -3 + \cos x \Rightarrow y = -3 + 1 = -2$

18 Koľko priesečníkov má graf funkcie $f: y = \sin(2x)$ s osou x na intervale $\langle 0; 3\pi)$?

2009

(A) 2 **(B)** 3 **(C)** 5 **(D)** 6 **(E)** 7

19 Daná je funkcia $f: y = \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3$. Funkcia g, ktorej graf je súmerný s grafom funkcie f podľa začiatku súradnicovej sústavy, je určená rovnicou

2009

(A) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 3.$

(B) $y = -\cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 3.$

(C) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) - 3.$

(D) $y = -\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3.$

(E) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3.$

6.1. - Trojuholník

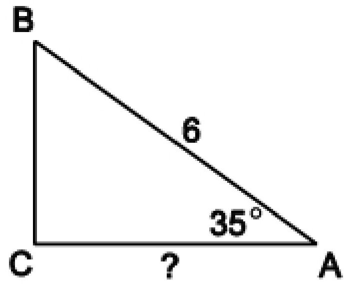
01 Aký najväčší obsah (v cm^2) môže mať trojuholník ABC, v ktorom má strana a dĺžku 7 cm a ťažnica t_a na stranu a dĺžku 16 cm?

02 V pravouhlom trojuholníku ABC je $|AB| = 6,\ \alpha = 35°$.

Vypočítajte dĺžku strany AC, výsledok uveďte zaokrúhlený na 1 desatinné miesto.

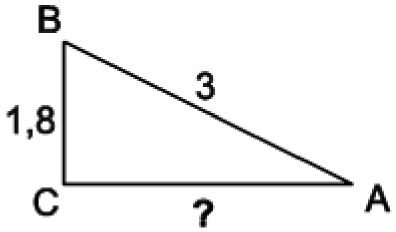
2005 A

<u>Poznámka</u>: Zaokrúhlite len vypočítanú dĺžku strany AC, <u>nezaokrúhľujte</u> čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch.



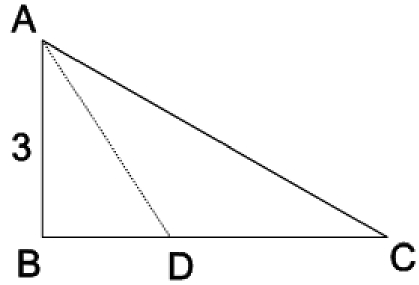
03 V pravouhlom trojuholníku ABC sa $|AB| = 3, |BC| = 1{,}8$. Akú dĺžku má strana AC?

2005 B



<u>Poznámka</u>: Medzivýsledky ani vypočítanú dĺžku strany <u>nezaokrúhľujte</u>.

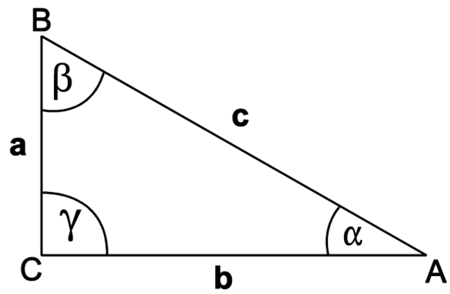
04 V pravouhlom trojuholníku ABC sa $\alpha = 60^\circ$, $\gamma = 30^\circ$ a $c = 3$.
Na strane BC leží bod D tak, že platí $2|BD| = |CD|$.
Vypočítajte dĺžku strany AD s presnosťou na 2 desatinné miesta.



05 Veľkosti uhlov v pravouhlom trojuholníku sú v pomere $\alpha : \beta : \gamma = 1 : 2 : 3$.

Pri zvyčajnom označení strán trojuholníka je číslo $\frac{\sqrt{3}}{3}$ pomerom

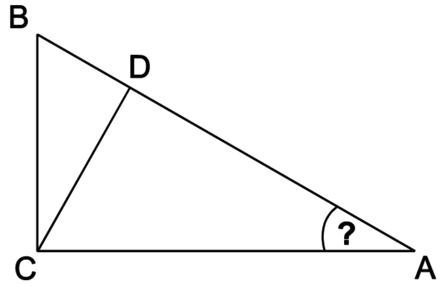
2006 A



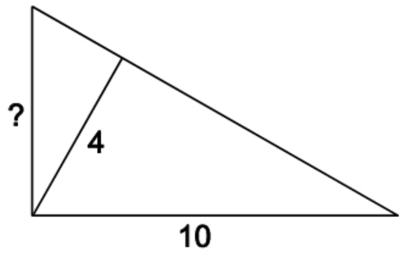
(A) $b : c$. **(B)** $c : b$. **(C)** $a : c$. **(D)** $b : a$. **(E)** $a : b$.

06 V pravouhlom trojuholníku ABC s odvesnou $|AC| = 13$ má výška na preponu dĺžku $|CD| = 5$.

2006 B Vypočítajte veľkosť uhla CAB.
Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.

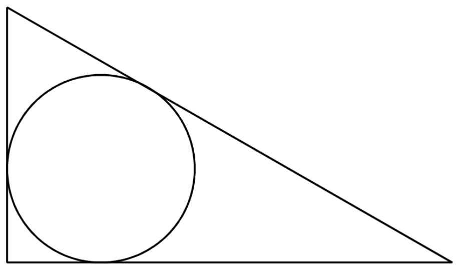


07 V pravouhlom trojuholníku je dĺžka jednej odvesny 10, dĺžka výšky na preponu je 4.
Vypočítajte dĺžku druhej odvesny.
Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



08 V pravouhlom trojuholníku má prepona dĺžku 20 cm. Päta výšky na preponu ju delí na dve časti v pomere 1 : 4. Akú veľkosť (v cm) má výška na preponu?

09 Odvesny pravouhlého trojuholníka majú dĺžku 15 a 8.
Vypočítajte polomer ρ kružnice vpísanej do tohto trojuholníka.

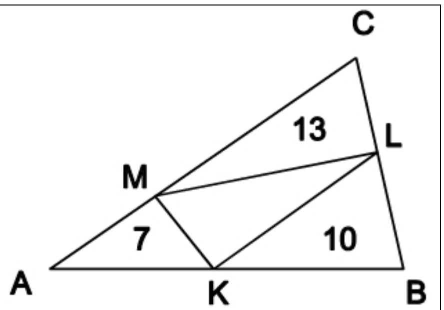


10 V trojuholníku ABC ležia oproti stranám a, b, c uhly α, β, γ (v tomto poradí). Ak
2005 A $\alpha = 35°$ a $\beta = 75°$, tak pre veľkosti strán tohto trojuholníka platí:

(A) $a < b < c$.
(B) $a < c < b$.
(C) $b < a < c$.
(D) $b < c < a$.
(E) $c < a < b$.

11 Dĺžky strán trojuholníka sú v pomere 7 : 6 : 4. Najkratšia strana má 36 cm. Aký obvod (v
2005 B centimetroch) má tento trojuholník?

12 V trojuholníku ABC sú body K, L, v tomto poradí, stredmi strán AB a BC. Bod M leží na strane AC.
Vypočítajte (v cm^2) obsah trojuholníka KLM, ak poznáte
2005 B obsahy
$P_{KBL} = 10$ cm^2, $P_{AKM} = 7$ cm^2 a $P_{MLC} = 13$ cm^2.



13 2005 B

V trojuholníku ABC sa $|AB| = 4$, uhol $\alpha = \angle CAB$ má veľkosť $80°$ a uhol $\beta = \angle CBA$ veľkosť $40°$. Aká je (s presnosťou na dve desatinné miesta) dĺžka strany AC?

(A) 5,39 **(B)** 4,55 **(C)** 3,52 **(D)** 2,97 **(E)** 2,61

14 2005 B

Označme P obsah rovnostranného trojuholníka a o jeho obvod. Aké je vyjadrenie obvodu o ako funkcie premennej P?

(A) $o = 6.\sqrt[4]{\frac{P}{3}}$ **(B)** $o = \frac{6\sqrt{P}}{\sqrt[4]{3}}$

(C) $o = \frac{6P}{\sqrt{3}}$ **(D)** $o = \frac{8P}{\sqrt{3}}$

(E) $o = 2.\sqrt{\frac{2P}{3}}$

15

V trojuholníku ABC je strana b 1,5-krát dlhšia ako strana a, uhol β má veľkosť $150°$. Vypočítajte veľkosť uhla α. Výsledok uveďte v stupňoch zaokrúhlený na stotiny.

16

Ak obsah trojuholníka ABC je S cm^2, tak výška v_a na stranu $a = BC$ v trojuholníku ABC má veľkosť

(A) $v_a = \frac{2S}{a}$. **(B)** $v_a = \frac{2a}{S}$. **(C)** $v_a = \frac{S}{a}$. **(D)** $v_a = \frac{a}{2S}$. **(E)** $v_a = \frac{S}{2a}$.

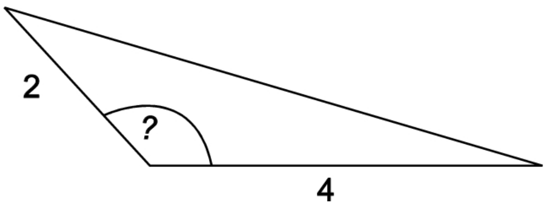
17 2006 AB

Vnútorné uhly trojuholníka majú veľkosti $30°$, $45°$, $105°$, jeho najdlhšia strana meria 10 cm. Vypočítajte dĺžku najkratšej strany. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

18 2006 AB

Tupouhlý trojuholník má obsah 2 cm^2 a strany určujúce tupý uhol sú dlhé 2 cm a 4 cm.

Určte veľkosť tohto tupého uhla v stupňoch.

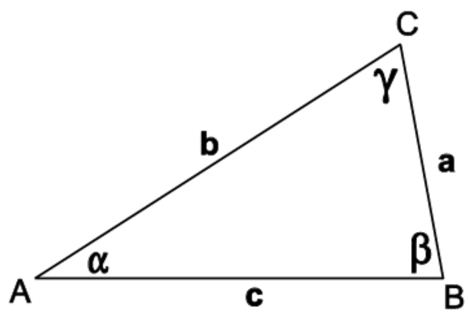


19

Strany trojuholníka ABC majú dĺžky $a = 4$, $b = 5$, $c = 6$.

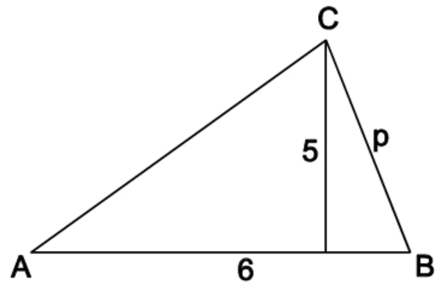
Určte (v stupňoch) veľkosť uhla ACB.

Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



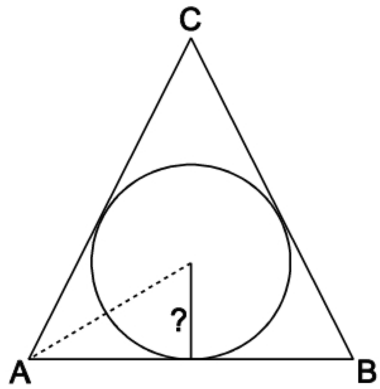
20 Nájdite najmenšie číslo p, pre ktoré má riešenie nasledujúca konštrukčná úloha:

„Zostrojte trojuholník ABC, ak je dané: $|AB| = 6$, $v_c = 5$, $|BC| = p$."



21 V rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou AB platí $|AB| = 4$, $|\angle CAB| = 70°$.

Potom polomer kružnice vpísanej do trojuholníka ABC (s presnosťou na dve desatinné miesta) je



(A) 1,15 **(B)** 1,40 **(C)** 1,45 **(D)** 1,50 **(E)** 1,64

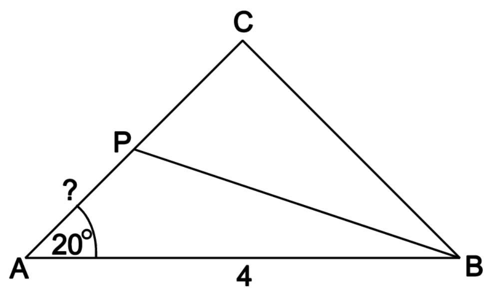
22 V rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou AB platí $|\angle BAC| = 20°$, $|AB| = 4$.

Os vnútorného uhla pri vrchole B pretína stranu AC v bode P.

2007 AB

Vypočítajte dĺžku úsečky AP.

Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



23 Existuje pre každý trojuholník ABC bod, ktorý má rovnakú vzdialenosť od všetkých troch jeho vrcholov A, B, C?

2007 AB

(A) Áno, je to priesečník výšok trojuholníka ABC.

(B) Áno, je to priesečník osí uhlov trojuholníka ABC.

(C) Áno, je to priesečník ťažníc trojuholníka ABC.

(D) Áno, je to priesečník osí strán trojuholníka ABC

(E) Nie, taký bod nemusí existovať.

24 Priamka určená rovnicou $p: 4x + 3y - 24 = 0$ vytína z prvého kvadrantu súradnicovej sústavy pravouhlý trojuholník. Vypočítajte veľkosť najmenšieho vnútorného uhla tohto trojuholníka. Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.

25 2008 AB

Aký najmenší obvod môže mať trojuholník s celočíselnými stranami *a, b, c*, pre ktoré platí Nerovnosť $a < b < c$, pričom vieme, že strana $b = 20$ cm ?

26 2008 AB

Prepona pravouhlého trojuholníka má dĺžku 17 cm.

Jedna jeho odvesna je o 7 cm kratšia ako druhá odvesna.

Vypočítajte v centimetroch obvod tohto pravouhlého trojuholníka.

(A) 50 **(B) 46** **(C) 42** **(D) 40** **(E) 36**

27 2008 B

Osem metrov dlhý rebrík je opretý v telocvični o stenu, s ktorou zviera uhol 11º. Zistite, do akej výšky steny rebrík dosiahne. Svoju odpoveď" uveďte v metroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

28 2009

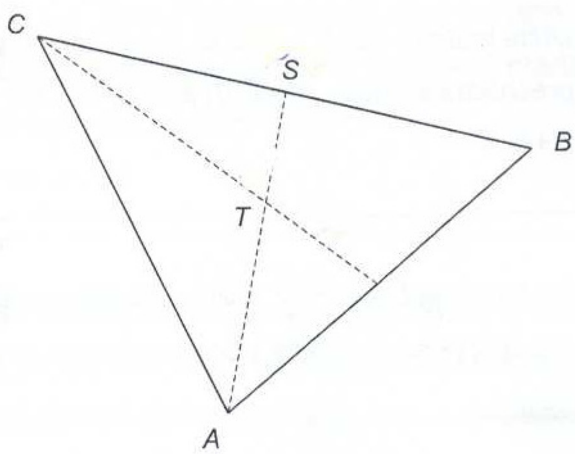
Určte výšku medzi dvoma poschodiami, ak viete, že počet schodov medzi dvoma poschodiami je 18, sklon stúpania je 30° a dĺžka schodu je 28,6 cm. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na celé centimetre.

29 2009

Máme tri úsečky s rôznymi dĺžkami, z ktorých sme vytvorili trojuholník. Po sčítaní dĺžok každých dvoch úsečiek dostaneme postupne hodnoty 21 cm, 19 cm a 16 cm. Určte obvod trojuholníka v centimetroch.

30 2009

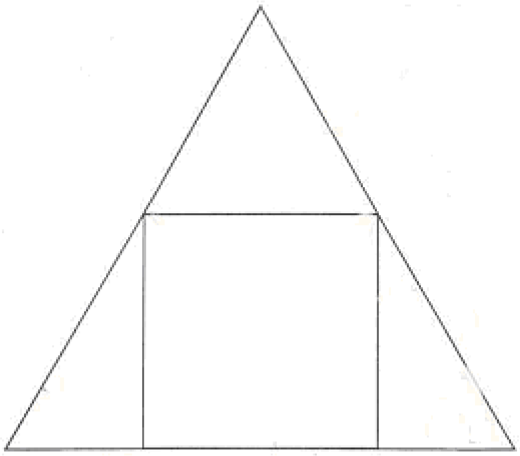
Daný je trojuholník *ABC* s ťažnicami $t_c = 9$, $t_a = 6$. Bod *T* je ťažisko trojuholníka a bod *S* je stred strany *BC*. Veľkosť uhla *CTS* je 60°. Určte veľkosť strany *BC*. Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



31

2009

Do rovnostranného trojuholníka so stranou dlhou 6 cm je vpísaný štvorec. Vypočítajte dĺžku strany tohto štvorca. Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.



32

2009

V trojuholníku *ABC* pre veľkosti strán *a*, *b*, *c* platí $a \leq b \leq c$. Dva z jeho vnútorných uhlov majú veľkosti 80° a 40°. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o trojuholníku *ABC* je pravdivé?

(A) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane *a*.

(B) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane *b*.

(C) Tretí vnútorný uhol leží oproti strane *c*.

(D) Uhol veľkosti 80° leží oproti strane *a*.

(E) Uhol veľkosti 40° leží oproti strane *b*.

7.1. - Postupnosť

01
2009

Pre každé dva susedné členy postupnosti platí rovnosť $a_{n+1} = 2\left(a_n + \frac{4}{a_n}\right)$. Určte prvý člen tejto postupnosti, ak jej druhý člen je $a_2 = 8$.

7.2. – Aritmetická postupnosť

01 V posluchárni je 1 000 miest na sedenie. Tie sú usporiadané do 10 radov tak, že počty sedadiel v jednotlivých radoch tvoria aritmetickú postupnosť. V prvom rade je 46 sedadiel. Koľko sedadiel je v poslednom rade?

02 Určte stý člen aritmetickej postupnosti, v ktorej sa prvý člen $a_1 = -7$ a diferencia $d = 3$.

03
2006 B

V aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ sa $a_1 = 230$, $a_4 = 215$. Pre ktoré n sa $a_n = 0$?

04 Určte diferenciu d aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, v ktorej $a_1 + a_3 = 2$, $a_2 + a_4 = 10$.

05 Všetky kladné nepárne čísla sme zoradili do rastúcej postupnosti 1, 3, 5, 7, ... Ktoré číslo
2007 B
bude v tejto postupnosti na 250-tom mieste?

06
2006 A

Vypočítajte súčet všetkých trojciferných čísel, ktoré sú deliteľné číslom 47.

07 V aritmetickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ platí $a_1 + a_3 = 2$, $a_2 + a_4 = 10$. Desiaty člen tejto po-
2007 B
stupnosti, a_{10}, je číslo

(A) 37 **(B)** 35 **(C)** 33 **(D)** 31 **(E)** 29

7.3. - Geometrická postupnosť

01 V geometrickej postupnosti je prvý člen nenulový. Súčet prvého a tretieho člena je dvojnásobok súčtu prvých troch členov tejto postupnosti. Akú hodnotu má kvocient q tejto postupnosti?

2005 B

02 V geometrickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ s kvocientom q sa $a_1 = q = 5$. Určte najmenšie $n \in N$, pre ktoré bude platiť nerovnosť $a_n > 11\,222\,333$.

03 Podiel štvrtého a prvého člena istej geometrickej postupnosti sa rovná 27. Určte kvocient tejto postupnosti.

2006 B

04 Pre ktoré číslo x má nekonečný geometrický rad, ktorého prvé dva členy sú $a_1 = 3x$, $a_2 = 3x^3$, súčet rovný -2?

05 Rovnica $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \cdots = \frac{x+1}{x-1}$ má práve jeden reálny koreň. Určte ho.

2006 A

06 Prvý člen geometrickej postupnosti je $a_1 = -\frac{1}{2}$. Jej štvrtý člen je $a_4 = 32$.

2008 A

Vypočítajte piaty člen a_5 tejto geometrickej postupnosti.

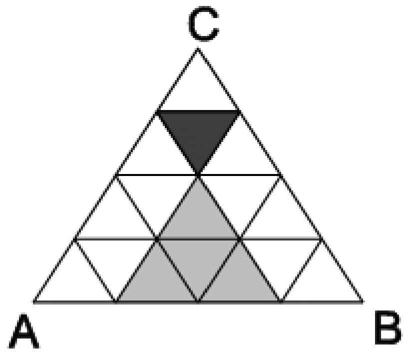
07 V geometrickej postupnosti $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je štvrtý člen $a_4 = 54$ a kvocient $q = \frac{1}{3}$.

2008 B

Vypočítajte súčet prvých troch členov tejto postupnosti.

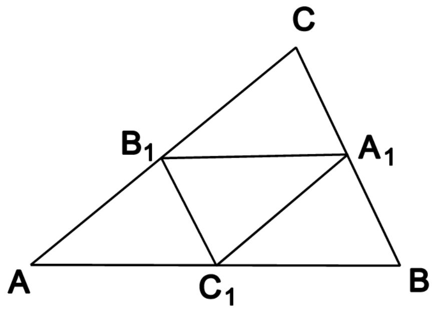
8.1. - Podobnosť

01 Rovnostranný trojuholník ABC so stranou dĺžky 6 je rozdelený na 16 rovnakých rovnostranných trojuholníkov. Na obrázku sú vyznačené dva rovnostranné trojuholníky, jeden so stranou dĺžky 1,5 a druhý so stranou dĺžky 3.
Nech S je stred rovnoľahlosti, ktorá zobrazí jeden z vyznačených trojuholníkov na druhý.
Vypočítajte $|SC|^2$.



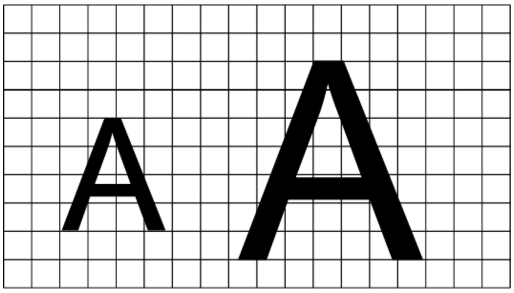
02 Daný je trojuholník ABC. Jeho stredné priečky sú úsečky A_1B_1, B_1C_1 a A_1C_1.
Obrazom trojuholníka ABC v istej rovnoľahlosti je trojuholník $A_1B_1C_1$.
Určte koeficient tejto rovnoľahlosti.

2006 A



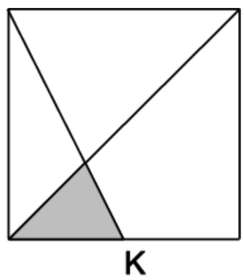
03 Bod $B[x\,;\,y]$ je obrazom bodu $A[2\,;\,3]$ v rovnoľahlosti so stredom $S[1\,;\,2]$ a koeficientom rovnoľahlosti $k = 2$. Vypočítajte x–ovú súradnicu bodu B.

04 Zobrazené písmená sú rovnoľahlé.
Určte koeficient rovnoľahlosti, ktorá zobrazuje menšie z dvoch zobrazených písmen A na väčšie z nich.



05 Na obrázku je bod K stredom strany štvorca so stranou dĺžky 18.
Vypočítajte obsah vyznačeného trojuholníka.

2007 A



8.2. - Mnohouholník

01 V pravidelnom n-uholníku má vnútorný uhol veľkosť $144°$. Nájdite číslo n udávajúce počet strán tohto mnohouholníka.

2005 A

02 V pravidelnom 18-uholníku $A_1A_2\dots A_{18}$ určte (v stupňoch) veľkosť uhla $A_1A_9A_2$.

03 Vypočítajte obsah pravidelného 15-uholníka vpísaného do kružnice s polomerom $r = 4$. Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.

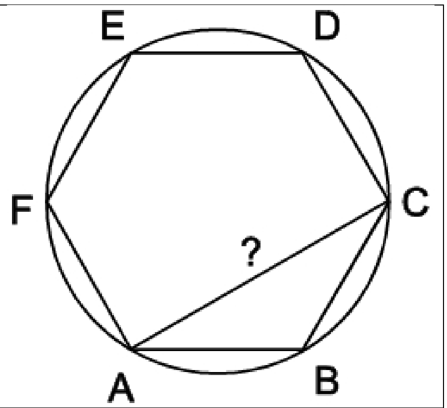
2007 AB

04 O koľko stupňov je uhol pri vrchole pravidelného 12-uholníka väčší než uhol pri vrchole pravidelného šesťuholníka?

05 Pravidelný šesťuholník $ABCDEF$ je vpísaný do kruhu s polomerom 6 cm.
Vypočítajte s presnosťou na dve desatinné miesta dĺžku jeho uhlopriečky AC (v cm).

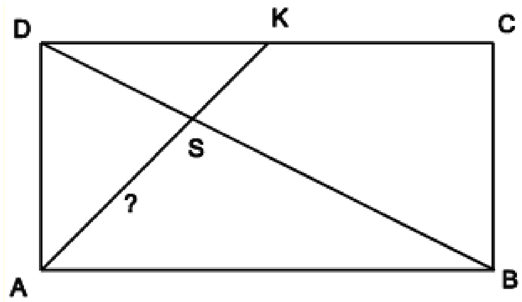
2005 B

Poznámka: Zaokrúhlite len vypočítanú dĺžku uhlopriečky, nezaokrúhľujte čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch.



06 V obdĺžniku $ABCD$ je K stred strany CD, S je priesečník úsečiek AK a BD. Vypočítajte veľkosť $|AS|$, ak viete, že $|AK| = 9$.

2005 A

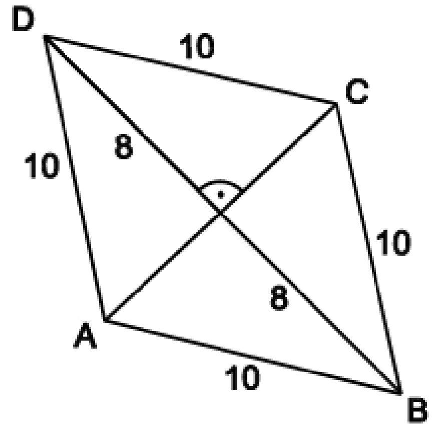


07 Obdĺžnik so stranami dĺžok a, b (cm) má obvod 100 cm. Závislosť jeho obsahu P (v cm^2) od čísla a sa dá vyjadriť kvadratickou funkciou $P = sa + ta^2$. Určte koeficienty s, t. Do odpoveďového hárka napíšte hodnotu s.

08 Obsah pracovnej plochy obdĺžnikového stola je 70 dm^2, jej obvod je 34 dm. Určte (v dm) dĺžku kratšej strany tohto stola.

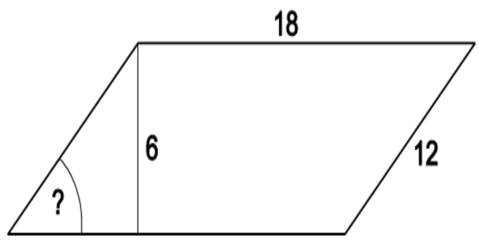
09 Vypočítajte obsah štvoruholníka $ABCD$ znázorneného na obrázku.

2005 A



10 Jedna strana rovnobežníka má dĺžku 18 cm, k nej príslušná výška meria 6 cm, druhá strana má dĺžku 12 cm.

Určte (v stupňoch) veľkosť menšieho vnútorného uhla tohto rovnobežníka.



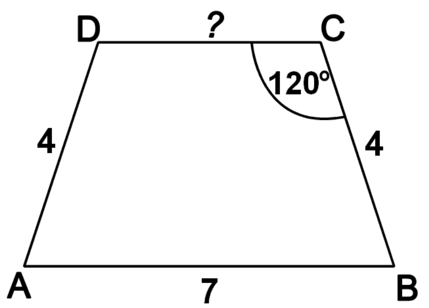
11 Nech S je priesečník uhlopriečok lichobežníka $ABCD$, ktorého základne majú dĺžky: $|AB| = 6$ cm, $|CD| = 3$ cm. Vypočítajte (v cm^2) obsah trojuholníka ABS, ak viete, že obsah trojuholníka CDS je 13 cm^2.

12 V rovnoramennom lichobežníku $ABCD$ poznáme

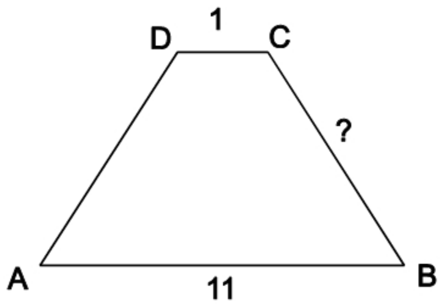
$|AB| = 7, |BC| = |AD| = 4, |\angle BCD| = 120°$.

Vypočítajte $|DC|$.

2006 AB



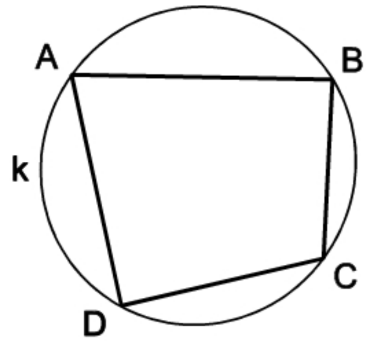
13 Rovnoramenný lichobežník *ABCD* so základňami $|AB| = 11$ cm, $|CD| = 1$ cm má obsah 72 cm^2. Aká je (v centimetroch) dĺžka ramena *BC*?



14 Konvexný štvoruholník *ABCD* je vpísaný do kružnice *k* s polomerom 5 cm tak, že uhlopriečka *AC* je priemer tejto kružnice, $|AB| = 8$ cm, $|AD| = 7$ cm.

2007 B

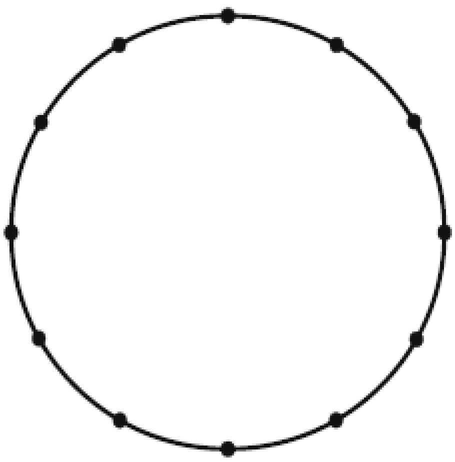
Akú dĺžku (s presnosťou na jedno desatinné miesto) má najkratšia strana tohto štvoruholníka?



(A) 4,9 cm **(B)** 5 cm **(C)** 5,9 cm **(D)** 6 cm **(E)** 6,2 cm

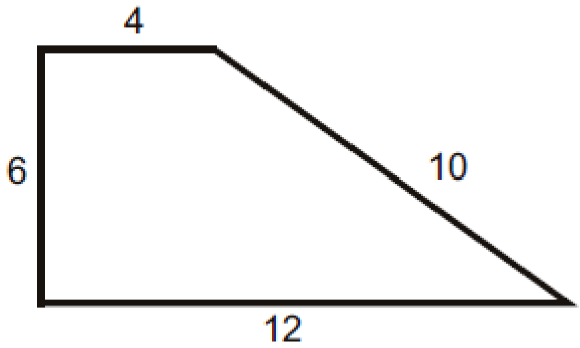
15 Vypočítajte veľkosť menšieho z uhlov, ktorý určujú priamky $A_1 A_4$ a $A_2 A_{10}$ v pravidelnom dvanásťuholníku $A_1 A_2 A_3 \ldots A_{12}$. Výsledok uveďte v stupňoch.

2008 A



16 Aký musí byť pomer šírky k dĺžke obdĺžnikového listu papiera, aby sme po jeho preložení na štvrtiny dostali štyri rovnaké obdĺžniky podobné s pôvodným obdĺžnikom?

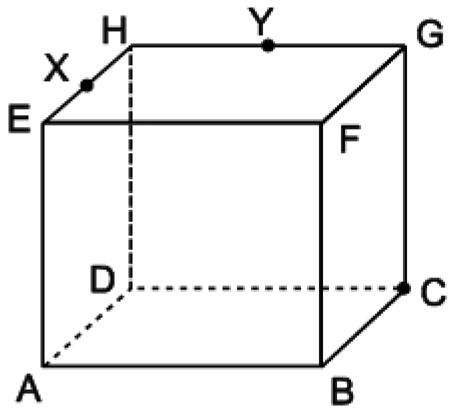
2008 AB

17 2008 B	Na obrázku je načrtnutý pravouhlý lichobežník. Vypočítajte v stupňoch súčet jeho najmenšieho a najväčšieho vnútorného uhla.	

9.1. – Stereometria - kocka

01 V kocke *ABCDEFGH* označme *X* stred hrany *EH* a *Y* stred hrany *GH*. Ktorý z uvedených geometrických útvarov je rezom kocky *ABCDEFGH* rovinou *XYC*?

2005 B



(A) trojuholník

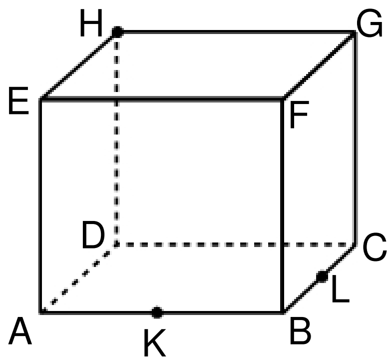
(B) štvorec

(C) lichobežník

(D) päťuholník

(E) šesťuholník

02 Rezom kocky *ABCDEFGH* rovinou *HKL*, kde *K* je stred hrany *AB* a *L* je stred hrany *BC*, je



(A) šesťuholník.

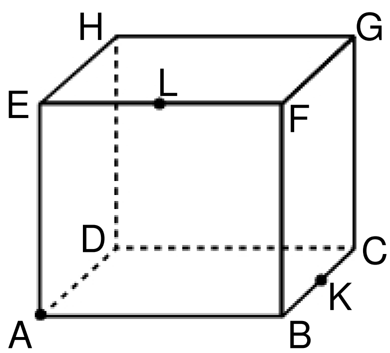
(B) päťuholník.

(C) rovnobežník.

(D) lichobežník.

(E) trojuholník.

03 Rezom kocky *ABCDEFGH* rovinou *AKL*, kde *K* je stred strany *BC* a *L* je stred strany *EF*, je



(A) lichobežník.

(B) rovnobežník.

(C) šesťuholník.

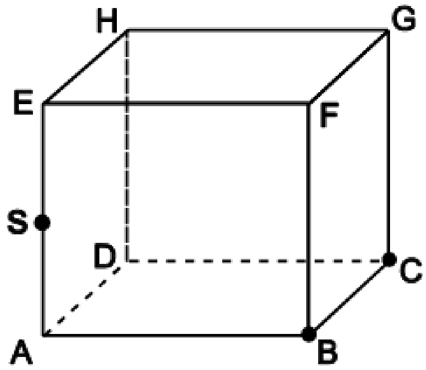
(D) päťuholník.

(E) trojuholník.

04 Kocka $ABCDEFGH$ má hranu dĺžky 4 cm. Označme S stred hrany AE. Vypočítajte v štvorcových centimetroch obsah rezu tejto kocky rovinou BCS. Výsledok uveďte zaokrúhlený na jedno desatinné miesto.

2005 A

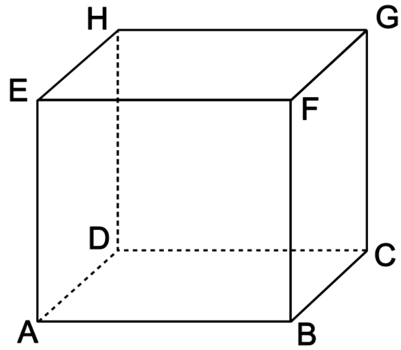
<u>Poznámka</u>: Zaokrúhlite len vypočítaný obsah, <u>nezaokrúhľujte</u> čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch.



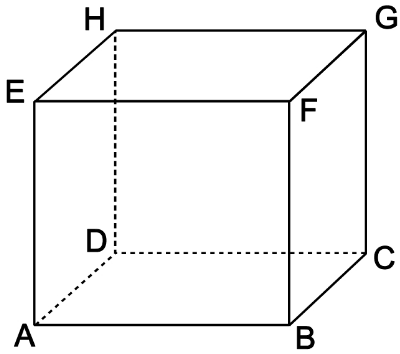
05 V kocke $ABCDEFGH$ poznáme súradnice bodov $A[4;0;0]$, $C[0;4;0]$ a $H[0;0;4]$. Bod $S[a;b;c]$ je stred hrany CG.

Určte tretiu súradnicu bodu S.

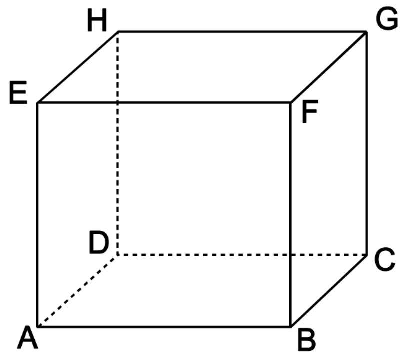
2006 B



06 Daná je kocka $ABCDEFGH$.
Určte veľkosť uhla, ktorý zvierajú priamky BG a BH. Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.



07 Daná je kocka $ABCDEFGH$.
Ktorý z nasledujúcich vektorov je súčet vektorov $\overrightarrow{AG}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{HA}$?

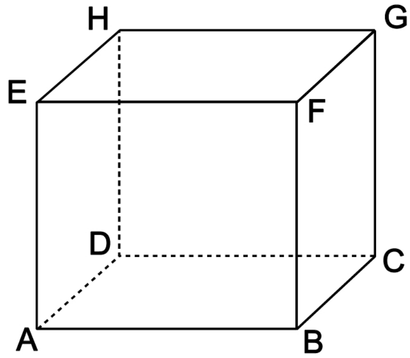


(A) $\overrightarrow{AB}$ **(B)** $\overrightarrow{CA}$ **(C)** $\overrightarrow{AC}$ **(D)** $\overrightarrow{DA}$ **(E)** $\overrightarrow{AD}$

08 Daná je kocka *ABCDEFGH*.

Ktorý z nasledujúcich vektorov je súčet vektorov $\overrightarrow{BG}$, $\overrightarrow{CH}$ a $\overrightarrow{EG}$?

2007 A



(A) $2\cdot\overrightarrow{AG}$ **(B)** $2\cdot\overrightarrow{GB}$ **(C)** $2\cdot\overrightarrow{HB}$ **(D)** $2\cdot\overrightarrow{BG}$ **(E)** $2\cdot\overrightarrow{BH}$

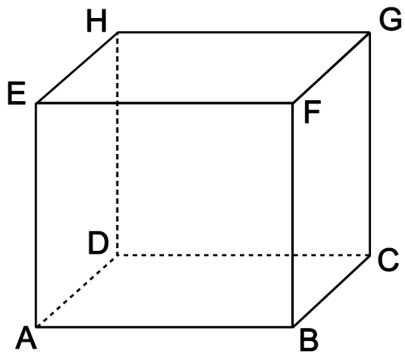
09 Aký najväčší povrch (v cm^2) môže mať kocka, ktorá sa vyreže z gule s polomerom 20 cm?

2007 A

10 Stred S kocky *ABCDEFGH* (čiže priesečník úsečiek *AG* a *BH*) má súradnice $S[2;5;-1]$, vrchol A má súradnice $A[1;3;5]$.

Vypočítajte tretiu súradnicu bodu *G*.

2007 B



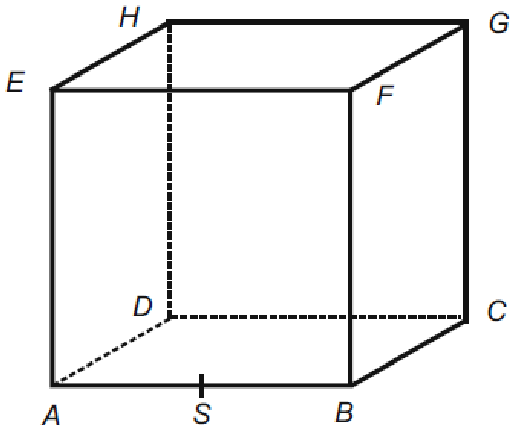
11 Daná je kocka *ABCDEFGH*, $|AB| = 2\ dm$.

Bod *S* je stred hrany *AB*.

Vypočítajte uhol priamok *SG* a *BG*. Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou

2008 A

na dve desatinné miesta.



12 Daná je kocka *ABCDEFGH*, $|AB| = 2\ dm$.

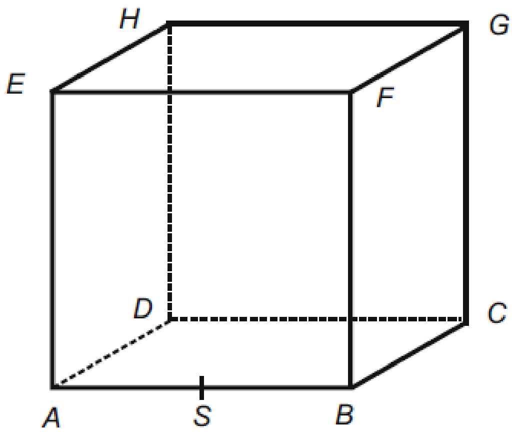
Bod *S* je stred hrany *AB*.

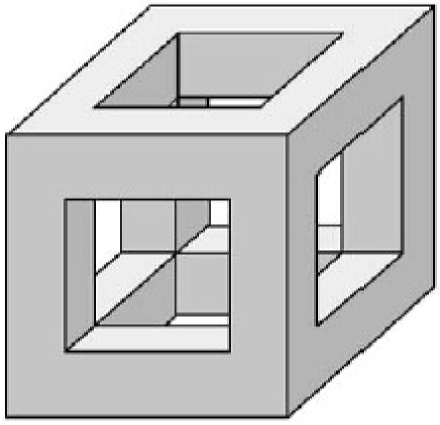
Vypočítajte vzdialenosť bodu S od priamky DH.

Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou

2008 B

na dve desatinné miesta.

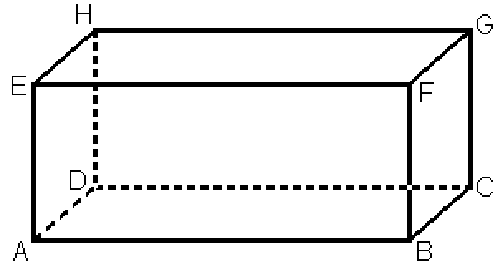


12 Teleso na obrázku je vyrobené z kocky o hrane 4 decimetre. V strede každej steny je do vnútra kocky vyrezaný štvorcový otvor 2 dm× 2 dm. Vypočítajte koľko dm^2 tapety potrebujeme na oblepenie všetkých stien tohto telesa zvnútra i zvonka. 2008 A	
Riešenie: S = $6.4^2 - 6.2^2 + 6.4.2.1 = 6.20 =$ **120 dm^2**	

9.2. – Stereometria - hranol

01 Daný je kváder *ABCDEFGH,* v ktorom $|AB| = 12$ cm, $|AD| = 3$ cm, $|AE| = 5$ cm.

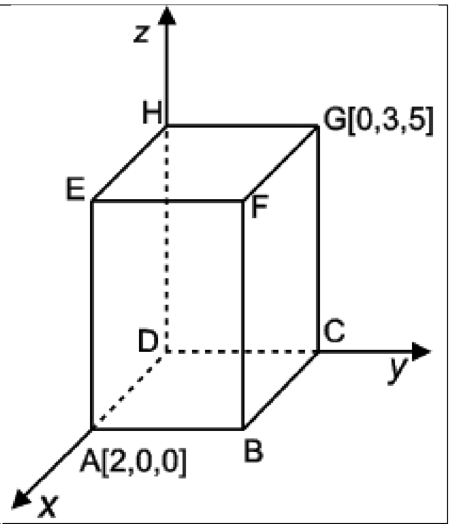
Vypočítajte (v cm^2) obsah rezu tohto kvádra rovinou *AFG*.



02 V kvádri *ABCDEFGH* poznáme súradnice bodov $D[0\,;0\,;0]$, $A[2\,;0\,;0]$ a $G[0\,;3\,;5]$.

Bod $S[a\,;b\,;c]$ je stred hrany *CG*. Vypočítajte súradnice *a, b, c* bodu *S* a do odpoveďového hárka napíšte hodnotu súčtu $a+b+c$.

2005 B

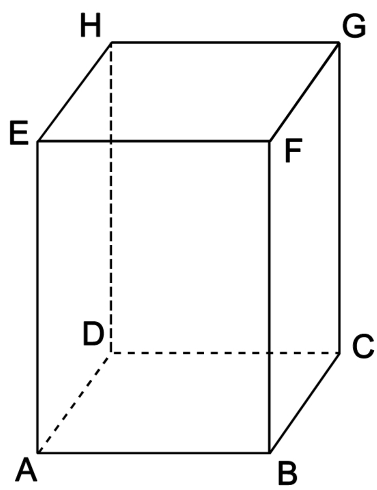


03 Daný je kváder *ABCDEFGH*, v ktorom $|AB| = 3$, $|AD| = 4$, $|AE| = 12$.

Vypočítajte uhol, ktorý zvierajú telesové uhlopriečky *AG* a *BH*.

Výsledok uveďte v stupňoch s presnosťou na dve desatinné miesta.

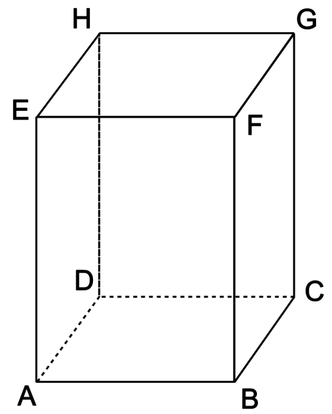
2006 AB



04 Kváder $ABCDEFGH$ má rozmery $|AB|=3$, $|AE|=4$, $|AD|=6$.

Vypočítajte vzdialenosť bodu E od roviny ADF.

2007 AB



05 Povrch kolmého hranola so štvorcovou podstavou je 660 cm^2. Výška hranola je o 15 % väčšia ako dĺžka hrany podstavy. Vypočítajte (v cm) dĺžku hrany podstavy.

06 Z obdĺžnikového kartónu s rozmermi d cm x 20 cm sme urobili škatuľu s objemom 1 000 cm^3 tak, že z každého jeho rohu sme vystrihli štvorec so stranou 5 cm a zvyšné okraje sme zahli.

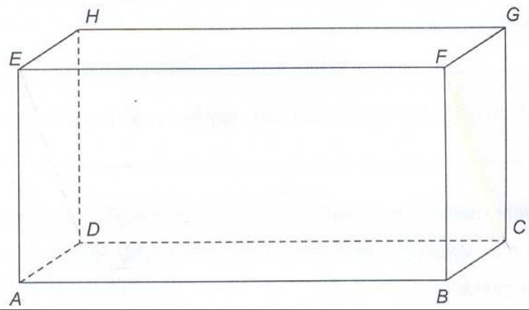
Vypočítajte číslo d.

2007 AB

07 Trojboký hranol má výšku v, jeho základňou je pravouhlý trojuholník s odvesnami 30 cm a 40 cm. Povrch P tohto hranola vyjadrený v cm^2 je číselne rovný jeho objemu V vyjadrenému v cm^3. Vypočítajte (v centimetroch) veľkosť výšky v.

08 V kvádri $ABCDEFGH$ s rozmermi $|AB| = 8$ cm, $|AE| = 4$ cm a $|AD| = 3$ cm určte vzdialenosť priamky HG od roviny EDC.

2009



09 Pravidelný desaťuholník so stranou $a=2$ cm je podstavou kolmého hranola, ktorého bočné steny sú štvorce. Určte objem hranola v cm^3 s presnosťou na dve desatinné miesta.

2009

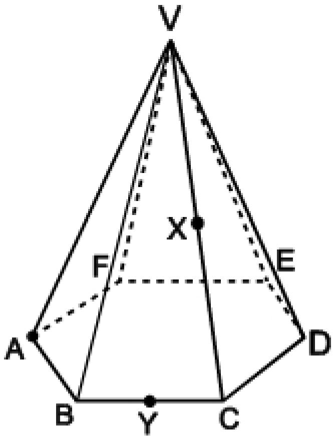
10 Kolmý hranol so štvorcovou podstavou a kolmý hranol s podstavou pravidelného trojuholníka majú rovnakú výšku a rovnakú dĺžku hrany podstavy. Určte pomer objemov väčšieho a menšieho hranola.

2009

(A) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ **(B)** $\frac{\sqrt{3}}{4}$ **(C)** 2 **(D)** $\frac{12}{\sqrt{3}}$ **(E)** $\frac{\sqrt{3}}{12}$

9.3. – Stereometria - ihlan

01 Ak v pravidelnom šesťbokom ihlane *ABCDEFV* označíme *X* stred hrany *CV* a *Y* stred hrany *BC*, tak rezom ihlana *ABCDEFV* rovinou *AXY* je



(A) trojuholník.

(B) štvoruholník.

(C) päťuholník.

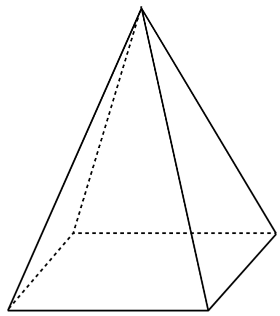
(D) šesťuholník.

(E) sedemuholník.

02 Objem pravidelného štvorbokého ihlana je 750 cm^3, obsah jeho podstavy je 300 cm^2. Určte (v cm) vzdialenosť vrcholu tohto ihlana od roviny podstavy.

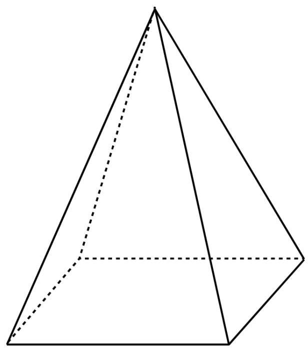
03 Bočná hrana pravidelného štvorbokého ihlana má dĺžku 4 cm, jej odchýlka od roviny podstavy je 45°. Tento ihlan má objem $V =$

2006 B



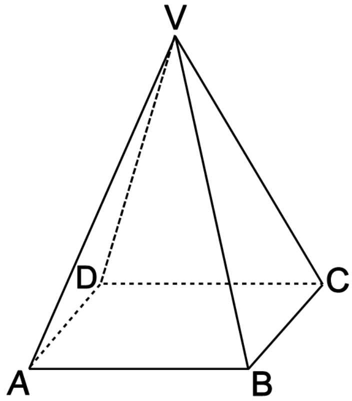
(A) $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^3. **(B)** $\frac{16}{3}$ cm^3. **(C)** $\frac{\sqrt{8}}{3}$ cm^3. **(D)** $\sqrt{8}$ cm^3. **(E)** $16\sqrt{8}$ cm^3.

04 Pravidelný štvorboký ihlan má telesovú výšku 5 cm. Odchýlka roviny jeho bočnej steny od roviny podstavy je 30°. Vypočítajte (v cm^3) objem tohto ihlana.



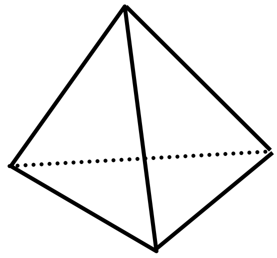
05 Daný je pravidelný štvorboký ihlan *ABCDV* s hranou podstavy $a = 1$ a bočnou hranou $b = 1$. Určte (v stupňoch) odchýlku priamky *BV* od roviny *BCD*.

2007 A



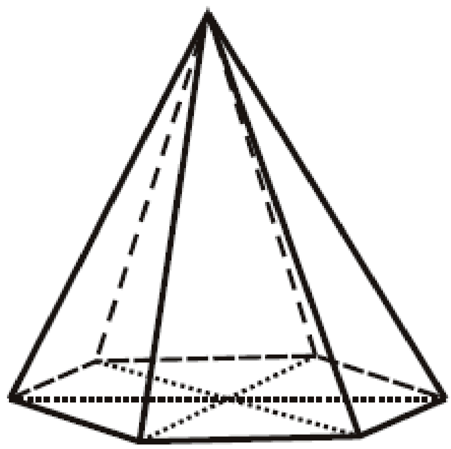
06 Vypočítajte (v cm^2) povrch pravidelného štvorstena s hranou dĺžky 4 cm. Výsledok uveďte zaokrúhlený na 1 desatinné miesto.

<u>Poznámka</u>: Zaokrúhlite len vypočítanú veľkosť povrchu, <u>nezaokrúhľujte</u> čísla, ktoré používate pri medzivýpočtoch.



07 Určte obsah plášťa pravidelného šesťbokého ihlana, ak je dĺžka hrany jeho základne 10 cm a dĺžka jeho bočnej hrany 13 cm. Výsledok uveďte v cm2 .

2008 B



9.4. – Stereometria - valec

01 Koľko farby potrebujeme na natretie reklamného pútača v tvare valca s polomerom podstavy 0,45 m a výškou 2,5 m (podstavy nenatierame), ak spotreba farby na 1 m^2 je 0,2 kg? Výsledok uveďte v kilogramoch s presnosťou na dve desatinné miesta.

2006 A

02 Polomer podstavy rotačného valca je 5 cm, jeho výška je 24 cm. Vypočítajte (v centimetroch) polomer gule opísanej tomuto valcu.

2006 A

03 Do rotačného valca s polomerom podstavy 9 cm a výškou 12 cm je vpísaný rotačný kužeľ tak, že majú spoločnú podstavu. Vypočítajte obsah plášťa S_{pl} tohto kužeľa s presnosťou na dve desatinné miesta. S_{pl} =

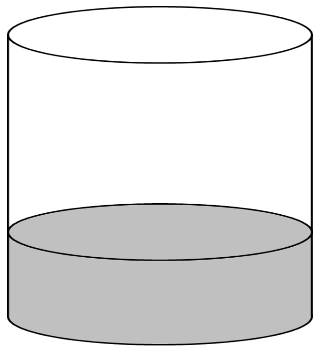
2006 A

(A) 282,74 cm^2. **(B)** 339,29 cm^2.

(C) 424,12 cm^2. **(D)** 565,49 cm^2.

(E) 678,58 cm^2.

04 Vnútorný polomer vodnej nádrže tvaru rotačného valca je 2 m.
O koľko metrov stúpne hladina vody v nádrži, ak do nej natečie 31,4 m^3 vody?
Pri výpočte použite hodnotu π = 3,14.



05 Obsah podstavy valca je rovnaký ako obsah jeho plášťa. Aký je pomer výšky tohto valca a priemeru jeho podstavy?

2007 B

(A) 1 : 4 **(B)** 1 : 3 **(C)** 1 : 2 **(D)** 2 : 3 **(E)** 3 : 4

06 Ak zmenšíme polomer valca o 20 % a zároveň zväčšíme jeho výšku o 50 %, tak sa jeho objem

2005 A

(A) zmenší o 4 %. **(B)** zmenší o 10 %.

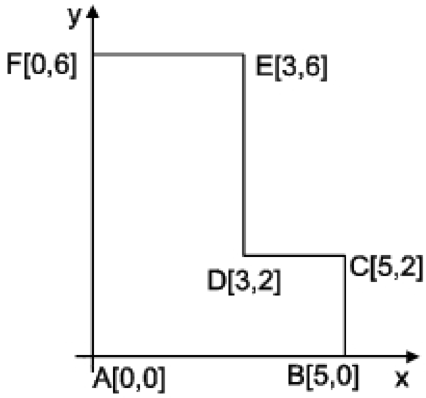
(C) zmenší o 40 %. **(D)** zväčší o 4 %.

(E) zväčší o 30 %.

07 Rotačný valec V_1 s polomerom podstavy 2 cm má rovnaký objem ako rotačný valec V_2 s polomerom podstavy 12 cm.

2007 A Vypočítajte pomer obsahov plášťov týchto valcov, t. j. hodnotu $\frac{S_{pl}(V_1)}{S_{pl}(V_2)}$.

08 Vypočítajte objem rotačného telesa, ktoré vznikne rotáciou šesťuholníka *ABCDEF*, znázorneného na obrázku, okolo osi *y*. Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.



Poznámka:

Pri výpočte použite približnú hodnotu $\pi = 3{,}1415927$.

09 Objem daného valca je 5-krát väčší ako objem daného kužeľa, pričom obe telesá majú rovnakú plochu podstáv. Určte pomer výšky kužeľa a výšky valca.

2008 B

10 Obdĺžnik s rozmermi 8 cm a 4 cm otočíme o 360° najprv okolo dlhšej strany, čím vznikne prvé teleso. Potom obdĺžnik podobne otočíme okolo kratšej strany, čím vznikne druhé teleso. Určte pomer povrchov prvého a druhého telesa.

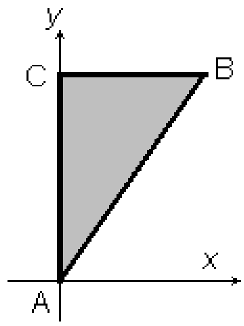
2009

9.5. – Stereometria - kužeľ

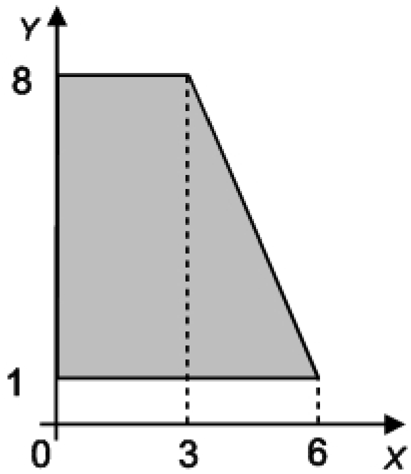
01 Vypočítajte objem kužeľa, ktorý vznikne rotáciou pravouhlého trojuholníka ABC s vrcholmi $A[0\,;0]$, $B[6\,;8]$, $C[0\,;12{,}5]$ okolo priamky BC. Výsledok uveďte zaokrúhlený na tri desatinné miesta.

02 Na obrázku je znázornený pravouhlý trojuholník ABC, v ktorom $A[0\,;0]$, $B[14\,;21]$. Vypočítajte objem kužeľa, ktorý vznikne rotáciou trojuholníka ABC okolo osi y.

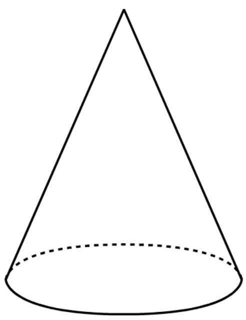
Pri výpočte dosadzujte za π hodnotu $\dfrac{22}{7}$.

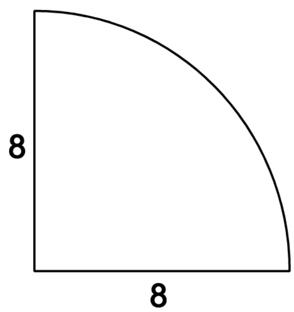


03 Objem V zrezaného rotačného kužeľa počítame pomocou vzorca $V = \dfrac{1}{3}\pi v\left(R^2 + Rr + r^2\right)$, kde v je vzdialenosť hornej a dolnej podstavy zrezaného kužeľa, R je polomer dolnej podstavy a r polomer hornej podstavy.
2005 B Otáčaním lichobežníka znázorneného na obrázku okolo osi y vznikne zrezaný rotačný kužeľ. Vypočítajte jeho objem. Pri výpočte použite namiesto π hodnotu $\dfrac{22}{7}$.



04 Plášťom rotačného kužeľa je štvrťkruh s polomerom 8 cm.
Potom povrch tohto kužeľa (t. j. podstava + plášť) má veľkosť



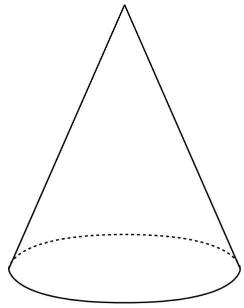


(A) 22π (cm^2). **(B)** 21π (cm^2). **(C)** 20π (cm^2). **(D)** 19π (cm^2). **(E)** 18π (cm^2).

05 Dĺžka bočnej strany rotačného kužeľa je 25 cm, polomer jeho podstavy je 7 cm.

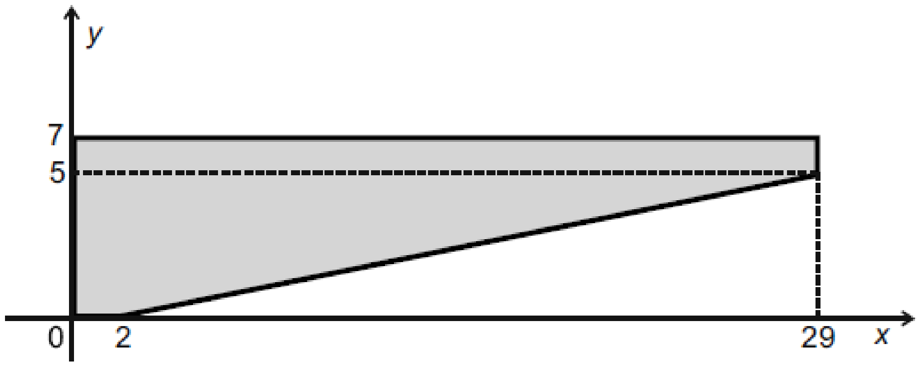
Určte jeho objem (v cm^3). Rátajte s hodnotou $\pi \cong \frac{22}{7}$.

2007 B



06 Vierina váza zo skla sa dá opísať ako rotačné teleso, ktoré vzniklo rotáciou vyfarbeného päťuholníka okolo osi *x*. Vypočítajte objem skla Vierinej vázy.

2008 A



(A) $1421\,\pi$ **(B)** $1\,196\,\pi$ **(C)** $2\,165\,\pi$ **(D)** $746\,\pi$ **(E)** $675\,\pi$

9.6. – Stereometria - guľa

01 Povrch gule je 64π (cm^2). Vypočítajte (v centimetroch) jej polomer.

2006 B

02 Nádoba tvaru polgule s vnútorným polomerom 12 cm je plná vody. Celý obsah tejto Nádoby prelejeme do nádoby v tvare valca s vnútorným polomerom 24 cm.

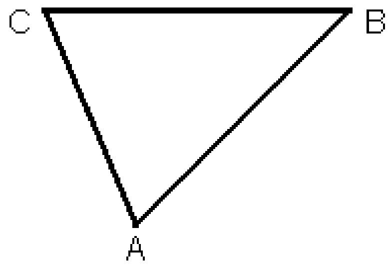
2008 A Určte v centimetroch, do akej výšky bude siahať voda v nádobe tvaru valca.

10.1. – Analytická geometria

01 Vypočítajte uhol priamky prechádzajúcej bodmi $A[1\,;-1\,;0]$, $B[2\,;1\,;-2]$ a roviny určenej súradnicovými osami x, z. Výsledok uveďte v radiánoch zaokrúhlený na tri desatinné miesta.

02 Na obrázku je znázornený trojuholník ABC, v ktorom: $B[0\,;0]$, $C[-10\,;0]$, $|\angle ABC| = 45^\circ$ a výška na stranu BC má dĺžku 7.

Zistite súradnice vrchola $A[x_A; y_A]$.



03 Ako treba zvoliť číslo $p \in R$, aby body $A[4\,;\,p]$, $B[3\,;-2]$, $C[-1\,;-14]$ ležali na jednej priamke?

(A) $p = 10$ **(B)** $p = 1$ **(C)** $p = -\frac{5}{3}$ **(D)** $p = -\frac{7}{3}$ **(E)** $p = -5$

04 2005 B Pre ktoré číslo a sú priamky $p: 3x - y = 0$ a $q: 6x + ay - 18 = 0$ rovnobežné?

05 Ako treba zvoliť reálne číslo a, aby priamky s rovnicami $p: ax + 3y - 1 = 0$,

2007 B $q: x + 2y - 4 = 0$ nemali žiadny spoločný bod?

06 2005 A Pre akú hodnotu a sú priamky $p: ax - 6y + 2 = 0$ a $q: 3x + 8y + a = 0$ navzájom kolmé?

07 Priamka, ktorá prechádza bodom $[0\,;0]$ a je kolmá na priamku $2x + 3y = 5$, má rovnicu

2006 B **(A)** $5x - 2y = 0$. **(B)** $3x + 2y = 0$.

(C) $3x - 5y = 0$. **(D)** $3x - 2y = 0$.

(E) $2x + 3y = 0$.

08 2005 A Jednu základňu lichobežníka $ABCD$ tvoria body $A[2\,;4]$ a $B[3\,;6]$, druhú body $C[1\,;5]$ a $D[e\,;f]$. Určte číslo e, ak viete, že $\overrightarrow{DC} = 2.\overrightarrow{AB}$.

09 Akú veľkosť má uhol priamky $p: x=1+t,\ \ y=-2+t,\ \ z=2-t\ \ (t\in R)$ a roviny $x-y-z-7=0$? Výsledok uveďte s presnosťou na celé stupne.

2005 A

10 Dané sú body $A[3;8]$ a $B[7;16]$. Aká je vzdialenosť stredu úsečky AB od začiatku súradnicovej sústavy?

2005 B

11 Určte hodnotu $t\in R$ tak, aby priesečník priamok $y=2x+t$, $y=-6x+18$ ležal na osi x.

12 Dané sú vektory $\vec{u}=(x;-1)$, $\vec{v}=(2;5)$ a $\vec{w}=(4;-3)$. Určte $x\in R$ tak, aby súčet vektorov $\vec{u}$ a $\vec{v}$ bol kolmý na vektor $\vec{w}$.

13 Akú hodnotu musí mať číslo x, aby boli vektory $\vec{u}=(x,2,1)$ a $\vec{v}=(3,-4,2)$ navzájom kolmé?

14 Určte reálne číslo a tak, aby <u>nenulové</u> vektory $\vec{u}=(a;2a;3a)$ a $\vec{v}=(a;-4;6)$ boli navzájom kolmé.

15 Určte reálne číslo a tak, aby rovina určená parametrickými rovnicami $\begin{aligned} x&=3-t+s\\ y&=t+2s\\ z&=-1+t+as\end{aligned}$, $t,s\in R$ prechádzala bodom $O[0;0;0]$.

16 Bod $S[2,4]$ je stred úsečky s krajnými bodmi $A[r,s]$ a $B[-6,-10]$. Určte súradnicu r bodu A.

17 Bod $S[2;4;-7]$ je stred úsečky AB. Bod B má súradnice $B[-6;-10;5]$. Vypočítajte tretiu súradnicu bodu A.

18 V trojuholníku ABC je bod $S[2;3;9]$ stred strany BC, bod $T[-4;7;1]$ je ťažisko trojuholníka. Nájdite prvú súradnicu vrchola $A[a;b;c]$.

2006 A

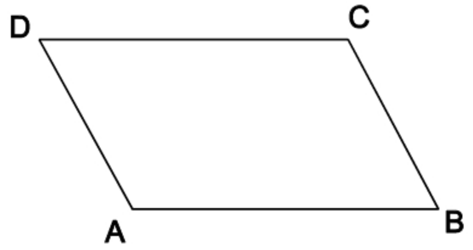
19 Na priamkach určených rovnicami $3x-5y+15=0$ a $3x-5y+6=0$ leží dvojica rovnobežných strán štvorca. Určte s presnosťou na dve desatinné miesta obsah tohto štvorca.

2006 A

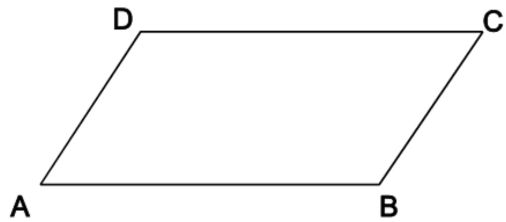
20 Body $A[1;1]$ a $C[4;6]$ sú dva protiľahlé vrcholy štvorca $ABCD$. Aký je obsah tohto štvorca?

(A) 29 **(B)** 25 **(C)** 21 **(D)** 17 **(E)** 13

21 Body $A[3;-9]$, $B[5;-6]$, $C[r;s]$, $D[-4;5]$ sú vrcholy rovnobežníka $ABCD$.
Určte druhú súradnicu bodu C.



22 Body $A[1;6]$, $B[4;-5]$, $C[8;1]$, $D[5;d]$, sú vrcholy rovnobežníka $ABCD$.
2007 A Určte druhú súradnicu bodu D.



23 Bod A je priesečník troch rovín $\alpha: 3x + y + z = -12$, $\beta: 7x - y - z = 2$ a $\chi: z = 0$.
2008 A Nájdite súradnice bodu A. Do odpoveďového hárku napíšte súčet súradníc bodu A.

24 Vypočítajte vzdialenosť bodu $A[0;1]$ od priamky $3x - 4y + 2 = 0$.

2008 AB **(A)** $\frac{1}{5}$ **(B)** $\frac{2}{5}$ **(C)** $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{4}{5}$ **(E)** 1

25 Bod $A[-3; y]$ leží na priamke $3x - y - 7 = 0$. Určte y-ovú súradnicu bodu A.
2008 B

26 Ktorá z nasledujúcich priamok je kolmá na priamku $2x + y + 1 = 0$ a prechádza bodom $A[4;0]$.

(A) $y = -\frac{1}{2}x + 2$ **(B)** $y = \frac{1}{2}x - 2$

2008 B **(C)** $y = -2x + 8$ **(D)** $y = 2x - 8$

(E) $y = \frac{1}{2}x + 2$

27 Dané sú vektory $\vec{a}(3;-1)$, $\vec{b}(-2;m)$. Určte druhú súradnicu m vektora $\vec{b}$ tak, aby $\vec{a}.\vec{b} = 3$.
2009

28 Body $A[-2;6]$ a $B[-4;-2]$ sú vrcholy rovnobežníka $ABCD$, ktorého uhlopriečky sa pretínajú v bode $S[0;0]$. Určte súradnice vrcholov C a D. Do odpoveďového hárka zapíšte aritmetický priemer všetkých súradníc bodov C a D.
2009

10.2. - Kružnica

01 Aká je vzájomná poloha kružníc $k: x^2 + y^2 = 625$ a $m: (x-3)^2 + (y-4)^2 = 400$?

(A) Kružnice k, m majú dva spoločné body.

(B) Kružnica m sa dotýka zvnútra kružnice k.

(C) Kružnica k sa dotýka zvnútra kružnice m.

(D) Kružnice k a m sa dotýkajú zvonku.

(E) Kružnice k, m nemajú spoločné body.

02 2005 B

Akú dĺžku má polomer kružnice určenej rovnicou $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 24 = 0$?

03 2006 B

Ako treba zvoliť reálne číslo c, aby rovnici $x^2 + y^2 + 4x - 2y + c = 0$ vyhovovali súradnice práve jedného bodu $[x; y]$?

(A) $c = 5$ **(B)** $c = 1$ **(C)** $c = 0$ **(D)** $c = -1$ **(E)** $c = -5$

04 2007 A

Kružnica k je daná rovnicou $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 20 = 0$. Aký obsah má štvorec opísaný tejto kružnici?

(A) 180 **(B)** 100 **(C)** 90 **(D)** 45 **(E)** 25

05 Bod V je vzdialený 25 cm od stredu kružnice k, ktorá má polomer 10 cm. Bodom V môžeme viesť dve dotyčnice ku kružnici k. Akú veľkosť (s presnosťou na stotiny stupňa) má uhol α, ktorý zvierajú tieto dotyčnice?

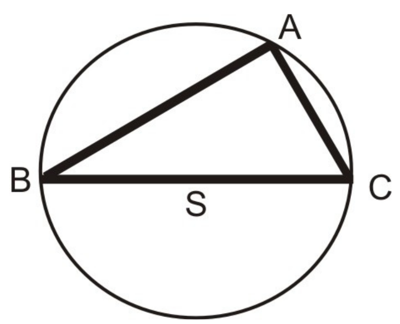
(A) $\alpha = 132{,}84°$ **(B)** $\alpha = 66{,}42°$ **(C)** $\alpha = 47{,}16°$

(D) $\alpha = 43{,}60°$ **(E)** $\alpha = 23{,}58°$

06 Na kružnici k ležia body A, B, C tak, že úsečka BC je priemerom kružnice k a úsečky AC a BC zvierajú uhol 65°.

Vypočítajte dĺžku $|BC|$, ak viete, že $|AC| = 10$.

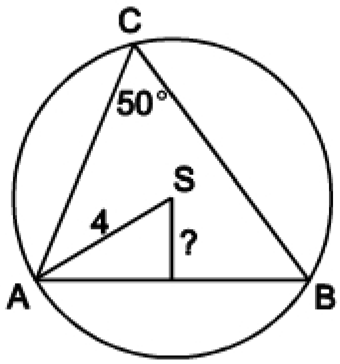
Výsledok uveďte zaokrúhlený na dve desatinné miesta.



07 Obvodový uhol patriaci k oblúku AB kružnice s polomerom 4 cm má veľkosť 50°. Aká je vzdialenosť tetivy AB od stredu S tejto kružnice?

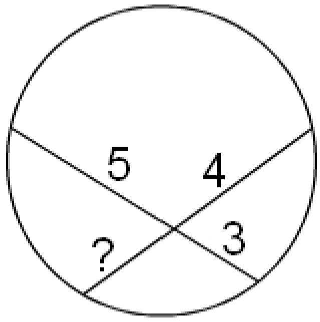
Výsledok uveďte v centimetroch s presnosťou na dve desatinné miesta.

2005 A

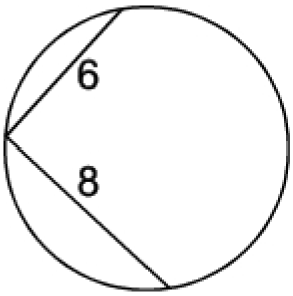


08 Dve tetivy kružnice rozdeľuje ich priesečník na 4 úsečky, z ktorých tri majú dĺžku 3 cm, 4 cm, 5 cm (pozri obrázok).

Vypočítajte dĺžku štvrtej úsečky v centimetroch.



09 Z bodu C kružnice k vychádzajú jej dve navzájom kolmé tetivy s dĺžkami 6 cm a 8 cm. Akú veľkosť má priemer kružnice k?



(A) 14 cm

(B) 13 cm

(C) 10 cm

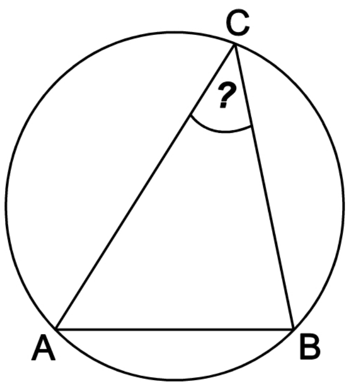
(D) 7 cm

(E) 5 cm

10 Ostrouhlý trojuholník ABC so stranou $|AB| = 6$ je vpísaný do kružnice s polomerom $r = 5$.

Akú veľkosť (s presnosťou na dve desatinné miesta) má uhol pri vrchole C?

2006 A



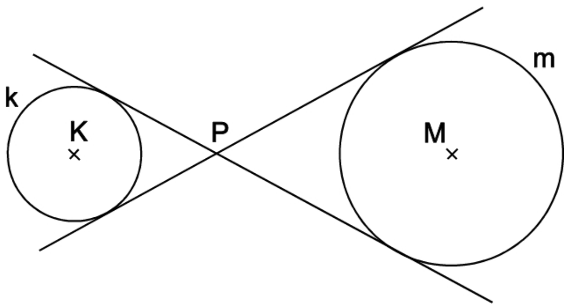
(A) 33,56° **(B)** 36,87° **(C)** 38,66° **(D)** 51,34° **(E)** 53,13°

11 Dané sú kružnice $k(K;\ 3\text{ cm})$ a $m(M;\ 8\text{ cm})$, pričom $|KM| = 22\text{ cm}$.

Spoločné vnútorné dotyčnice týchto kružníc sa pretínajú v bode P.

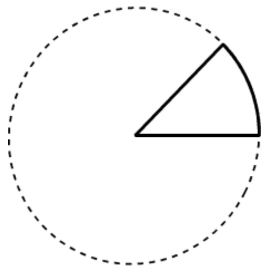
Vypočítajte v centimetroch vzdialenosť $|KP|$.

2006 B



12 Kruhový výsek s polomerom $r = 6$ cm má obvod $o = 15$ cm.

Stredový uhol tohto výseku má v <u>radiánoch</u> veľkosť



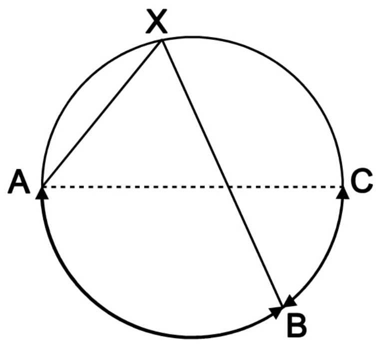
(A) 0,25. **(B)** 0,5. **(C)** 0,75. **(D)** 1. **(E)** 1,5.

13 Úsečka AC je priemerom kružnice na obrázku.

Pomer dĺžok oblúkov AB a BC je $7:3$.

Určte (v stupňoch) veľkosť uhla AXB.

2007 A

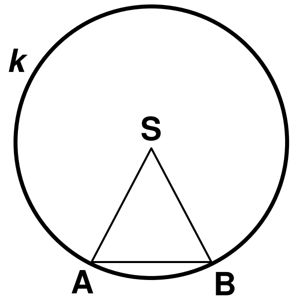


14 Obvod polkruhu je 20 cm. Potom polomer tohto polkruhu je (s presnosťou na dve desatinné miesta)

2007 B

(A) 6,37 cm. **(B)** 3,89 cm. **(C)** 3,57 cm. **(D)** 3,18 cm. **(E)** 2,52 cm.

15 V kružnici k má tetiva AB dĺžku 10 cm. Tejto tetive prislúcha stredový uhol veľkosti $60°$. Aký veľký polomer (v cm) má kružnica k?



16

2008 A

Daná je priamka $p: y = c$ a kružnica $k: x^2 + y^2 - 4 = 0$. Určte všetky hodnoty parametra $c \in R$, pre ktoré nemá priamka p a kružnica k spoločný bod.

(A) $c \in (2;\infty)$

(B) $c \in (-\infty;2)$

(C) $c \in (-\infty;-2) \cup (2;\infty)$

(D) $c \in (-2;2)$

(E) $c \in \{-2;2\}$

17

2009

Určte hodnoty koeficientov $a, b \in R$ tak, aby kružnica určená rovnicou $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ prechádzala bodmi $A[-2;0]$ a $B[1;-1]$. Do odpoveďového hárka zapíšte súčet koeficientov $a + b$.

11.1. - Kombinatorika

01 Každá platobná karta má svoj číselný štvorciferný PIN kód. Vypočítajte, koľko existuje rôznych PIN kódov, ak viete, že PIN kód utvorený zo 4 rovnakých číslic sa kvôli bezpečnosti nepoužíva.

2006 A

02 Dano zabudol heslo do počítača. Heslo bolo zo štyroch znakov. Dano si pamätal len tri znaky: 3, *g, N*. Zvyšný znak bola jedna z číslic 3, 5, 7, 9. Koľko je všetkých rôznych možností Danovho hesla?

03 Koľko čísel spomedzi čísel 1, 2, 3, …, 299, 300 <u>nie je</u> deliteľných ani dvoma ani troma?

04 Koľko čísel spomedzi čísel 1, 2, 3, …, 299, 300 je deliteľných dvoma alebo troma?

(A) 100 **(B)** 125 **(C)** 150 **(D)** 200 **(E)** 250

05 Ôsmich úspešných riešiteľov geografickej olympiády máme rozdeliť do dvoch 4-členných družstiev. Prvé družstvo sa zúčastní ďalšieho kola súťaže v Prahe, druhé bude v tom istom čase súťažiť vo Viedni. Koľkými rôznymi spôsobmi môžeme týchto ôsmich riešiteľov rozdeliť?

2007 B

06 Určte počet všetkých kladných trojciferných čísiel, ktoré obsahujú číslicu 1.

2007 A

07 V obchode majú 12 druhov pohľadníc. Koľkými spôsobmi môžeme kúpiť 4 rôzne pohľadnice, ak na poradí, v akom pohľadnice kupujeme, <u>nezáleží</u>?

2005 A

08 V chladničke sú 3 rôzne ovocné jogurty. Koľkými spôsobmi možno z nej postupne vybrať 2 jogurty, ak záleží na poradí v akom jogurty vyberáme?

2005 B

09 Koľko rôznych kombinácií môžeme nastaviť na dierkovači cestovných lístkov, ak dierkovač vydierkuje štyri alebo päť z číslic 1 až 9?

(B) 252

(C) 2 880

(D) 15 876

(E) 18 144

10 Nájdite najmenšie prirodzené číslo n, pre ktoré platí $\binom{10\,000}{n} = \binom{10\,000}{9\,996}$.

11 Koľkými spôsobmi môžeme rozdeliť medzi Janu a Vieru 40 dvojkorunových mincí tak, aby každá z nich dostala aspoň 20 korún?

2008 A

12 Určte počet všetkých sedemciferných prirodzených čísel, ktorých prvé štyri číslice sú nepárne a ďalšie tri číslice sú párne.

2008 A

13 Koľko trojciferných čísel s rôznymi ciframi deliteľných piatimi môžeme vytvoriť z číslic 1, 2, 3, 4, 5, 6 ?

2008 B **(A) 36** **(B) 25** **(C) 20** **(D) 24** **(E) 30**

14 V kúzelníckom vrecku je 5 rovnakých bielych a 2 rovnaké čierne guľôčky. Koľkými spôsobmi je možné vybrať z vrecka 3 guľôčky tak, aby boli 2 biele a 1 čierna?

2009

12.1. - Pravdepodobnosť

01 Daný je štvorec $ABCD$ so stranou 8 cm. Náhodne zvolíme vnútorný bod X tohto štvorca. Aká je pravdepodobnosť (s presnosťou na dve desatinné miesta), že bod X bude od vrcholu A vzdialený aspoň 6 cm?

2006 A

(A) 0,25 **(B)** 0,44 **(C)** 0,56 **(D)** 0,61 **(E)** 0,75

02 Na číselnej osi sú zobrazené intervaly $A = \langle -4; 6 \rangle$ a $B = \langle 2; 12 \rangle$. Z množiny $A \cup B$ náhodne vyberieme jeden bod. Použitím geometrickej pravdepodobnosti určte pravdepodobnosť p, že vybratý bod patrí do množiny $A \cap B$. Ktoré z nasledujúcich čísel je pravdepodobnosť p?

(A) $\frac{1}{6}$ **(B)** $\frac{1}{5}$ **(C)** $\frac{1}{4}$ **(D)** $\frac{1}{3}$ **(E)** $\frac{2}{5}$

03 Aká je pravdepodobnosť, že v trojcifernom čísle vytvorenom z číslic 2, 4, 6, 8 sa číslice neopakujú?

2006 B **(A)** 6,25 %. **(B)** 37,5 %. **(C)** 50 %. **(D)** 62,5 %. **(E)** 93,75 %.

04 V 4.C je dnes 30 žiakov, jedným z nich je Cyril Nový. Z matematiky majú byť dnes náhodne vyvolaní 3 žiaci. Aká je pravdepodobnosť, že jedným z nich bude Cyril Nový, ak na poradí, v akom sú žiaci vyvolávaní, nezáleží?

2006 B

Poznámka: Pravdepodobnosť neuvádzajte v percentách. Výsledok je číslo z intervalu $\langle 0; 1 \rangle$.

05 Šesť šachistov (4 chlapci a 2 dievčatá) sa prihlásilo na turnaj. Náhodne z nich vyžrebovali troch účastníkov. Aká je pravdepodobnosť, že medzi vyžrebovanými bolo aspoň jedno dievča?

(A) 0,2 **(B)** 0,3 **(C)** 0,4 **(D)** 0,6 **(E)** 0,8

06 Z miesta A do miesta C sa možno dostať len turistickými chodníkmi, prechádzajúcimi cez B. Z miesta A do B vedú 4 turistické chodníky, z B do C 2 turistické chodníky. Existuje pritom jediná najkratšia cesta z A do C. Určte pravdepodobnosť, že si turista náhodne zvolí práve najkratšiu cestu.

2007 B

07 Máme dve kocky, modrú a červenú. Každou sme hodili jedenkrát. Aká je (s presnosťou na dve desatinné miesta) pravdepodobnosť, že <u>práve</u> na jednej z týchto kociek padla šestka?

2005 A

(A) 0,03 **(B)** 0,14 **(C)** 0,17 **(D)** 0,28 **(E)** 0,33

08 Máme dve kocky, modrú a červenú. Každou sme hodili jedenkrát. Aká je (s presnosťou na dve desatinné miesta) pravdepodobnosť, že na obidvoch kockách padla šestka?

(A) 0,14 **(B)** 0,17 **(C)** 0,06 **(D)** 0,03 **(E)** 0,33

09 V klobúku sú 4 čierne a 4 biele guľky. Naraz vytiahneme 2 guľky. Aká je (s presnosťou na dve desatinné miesta) pravdepodobnosť, že obe budú biele?

2005 B **(A)** 0,14 **(B)** 0,21 **(C)** 0,25 **(D)** 0,28 **(E)** 0,50

10 Medzi šiestimi výrobkami sú dva druhej akosti. Náhodne vyberieme dva výrobky. Určte pravdepodobnosť, že najviac jeden z nich bude druhej akosti. Výsledok uveďte zaokrúhlený na stotiny.

<u>Poznámka</u>: Pravdepodobnosť <u>neuvádzajte</u> v percentách. Výsledok je číslo z intervalu $\langle 0 ; 1 \rangle$.

11 Medzi šiestimi výrobkami sú dva druhej akosti. Náhodne vyberieme dva výrobky. Určte pravdepodobnosť, že ani jeden z nich nebude druhej akosti.

<u>Poznámka</u>: Pravdepodobnosť <u>neuvádzajte</u> v percentách. Výsledok je číslo z intervalu $\langle 0 ; 1 \rangle$.

12 Pravdepodobnosť, že pán Kaufmann príde na obchodnú schôdzku s pánom Rýchlym načas, je 80 %. Pravdepodobnosť, že načas príde pán Rýchly, je 70 %. Aká je pravdepodobnosť, že na schôdzku príde načas len jeden z nich?

(A) 6 % **(B)** 14 % **(C)** 24 % **(D)** 38 % **(E)** 44 %

15 Peter a Dušan hrali nasledujúcu hru. Vybrali náhodne 3 loptičky z vrecúška, v ktorom bolo 6 modrých a 4 zelené loptičky. Peter vyhral vtedy, ak sa vytiahlo viac modrých, Dušan vtedy, keď sa vytiahlo viac zelených.

Koľkokrát väčšiu pravdepodobnosť výhry mal Peter ako Dušan?

2008 A **(A)** $\frac{1}{2}$ krát **(B)** $\frac{3}{2}$ krát **(C)** $\frac{5}{3}$ krát **(D)** $\frac{2}{3}$ krát **(E)** 2 krát

16 V klobúku máme 10 bielych a 6 čiernych loptičiek. Náhodne z nich vyberieme dve loptičky. Aká je pravdepodobnosť, že budú rôznej farby?

2008 B **(A)** $\frac{1}{4}$ **(B)** $\frac{1}{2}$ **(C)** $\frac{1}{8}$ **(D)** $\frac{3}{8}$ **(E)** $\frac{3}{5}$

12.2. - Štatistika

01 2006 A

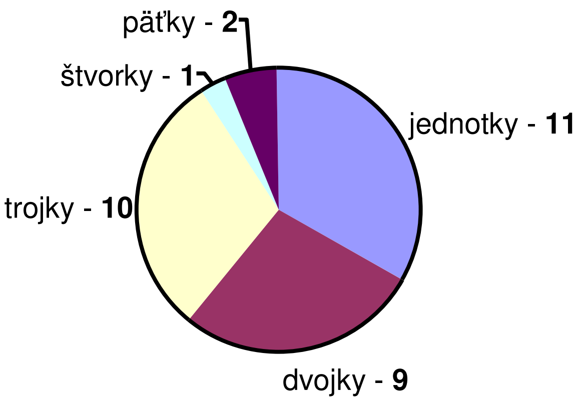
Daný je štatistický súbor 2, 7, 8, 5, 6, 4, 2, 5, x, y. Vypočítajte aritmetický priemer tohto súboru, ak viete, že jeho modus je 4.

02 2006 B

Čísla 3, 5, 7, 8, 10, 11, 13, m sú zapísané vzostupne. Určte číslo m, ak viete, že medián uvedených ôsmich čísel sa rovná ich aritmetickému priemeru.

03

Diagram zobrazuje výsledky písomky z matematiky v triede 4. C. Dvaja výborní žiaci nepísali písomku kvôli chorobe. Určte, o koľko by sa zlepšil priemer triedy, ak by sme predpokladali, že obaja napísali písomku na jednotku. Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



04

Daný je súbor čísel 1, 3, 7, 11, 14, 18, 25, 30, 35. Ktoré číslo treba pridať, aby aritmetický priemer nového súboru bol 18?

05 2007 A

Daný je štatistický súbor 1, 3, 27, x. Vypočítajte geometrický priemer tohto súboru, ak viete, že jeho modus je 1.

06 2007 B

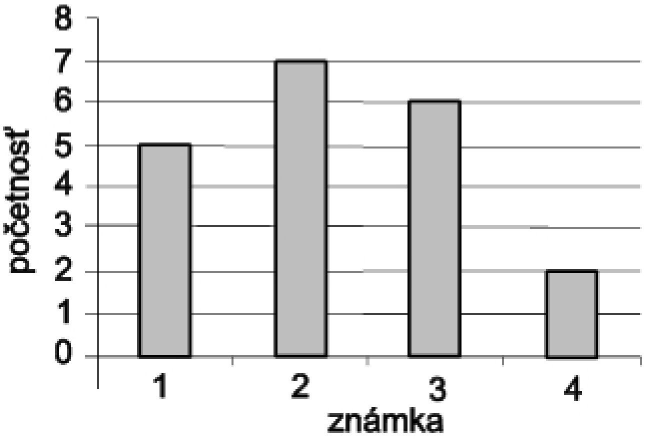
Jednou z podmienok klasifikácie z dejepisu známkou 2 je dosiahnuť z piatich testov priemer aspoň 73 bodov. Najmenej koľko bodov musí získať Zuzka v piatom teste, aby splnila túto podmienku, ak v prvých štyroch testoch získala 61, 77, 64 a 82 bodov?

07 2005 A

Daných je 5 celých čísel, ktoré sú v pomere 1 : 2 : 3 : 4 : 5. Ich aritmetický priemer je 12. Určte najmenšie z týchto čísel.

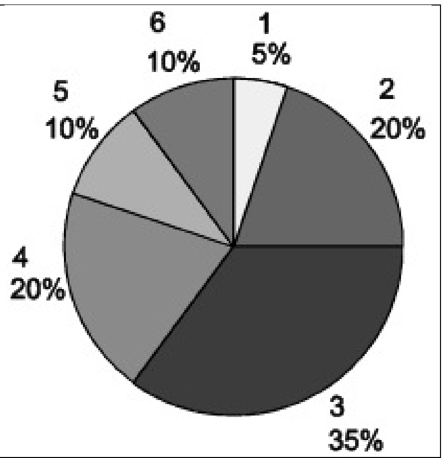
08 Graf znázorňuje, ako dopadla písomka z matematiky v 4. D. Aký je priemer známok z tejto písomky?

2005 B



09 Kruhový diagram zobrazuje výsledky hodov hracou kockou.
Koľkokrát sa hádzalo kockou, ak viete, že štvorka padla štyrikrát?

2005 B



10 Ak aritmetický priemer čísel a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 je číslo A, aritmetický priemer čísel a_1, a_2, a_3, a_4 je číslo B, tak $a_5 =$

2005 B

(A) $5A-4B$. **(B)** $A-B$. **(C)** $\frac{A}{5}-\frac{B}{4}$. **(D)** $\frac{A+B}{2}$. **(E)** $\frac{\frac{A}{5}+\frac{B}{4}}{9}$.

11 Súbor pozostáva z čísel 4, 1, n, 4, 4, 8, 2, 2, 4. Určte n, ak viete, že modus týchto čísel sa rovná ich aritmetickému priemeru.

12 Nech x je medián a y modus súboru -1, -1, 0, 4, 4, 5, 5, 5, 9. Vypočítajte $x-y$.

13 Číslo n je spomedzi nameraných hodnôt 3, n, 5, 11, 7, 8, 10, 11, 11 najväčšie. Určte hodnotu n, ak viete, že medián týchto čísel sa rovná ich aritmetickému priemeru.

14 Prvé tri čísla z desaťčlenného súboru majú geometrický priemer 0,25; geometrický priemer ďalších troch je 1 a geometrický priemer zvyšných čísel je 32. Vypočítajte geometrický priemer všetkých čísel súboru. Výsledok uveďte zaokrúhlený na tri desatinné miesta.

15 2008 A

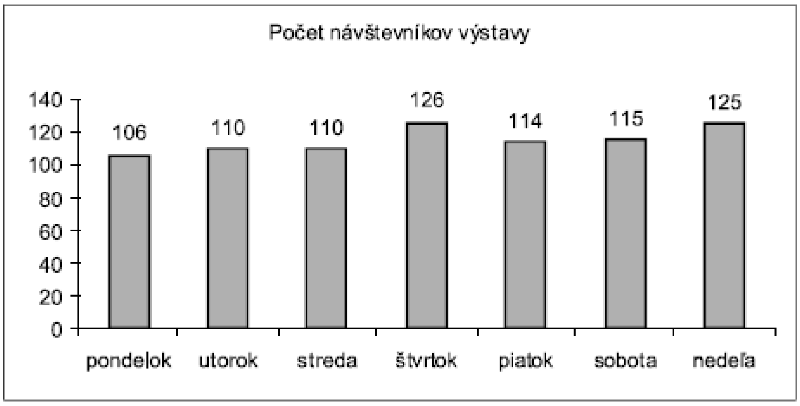
Biológ meral teplotu vody Popradského plesa. Namerané hodnoty zapisoval do tabuľky.

4,9	5,8	5,2	6,6	7,3	6,2	4,8	4,4	5,2	

Zistil, že zabudol zapísať desiatu hodnotu. Akú hodnotu malo chýbajúce desiate meranie, ak vieme, že medián celého súboru desiatich meraní bol 5,35 ?

16 2008 AB

Diagram ukazuje počet návštevníkov výstavy fotografi í za jeden týždeň.



Určte, v koľkých dňoch v týždni bola návštevnosť menšia ako priemerná návštevnosť za tento týždeň.

(A) 1 **(B)** 2 **(C)** 3 **(D)** 4 **(E)** 5

17 2009

Hydrometeorologická stanica Bratislava – Devín zverejnila nasledovné údaje výšky vodnej hladiny Dunaja v týždni od 5. októbra 2008 do 11. októbra 2008, ktoré boli namerané vždy o 6.00 h v danom dni. Určte absolútnu hodnotu rozdielu aritmetického priemeru a mediánu výšky vodnej hladiny počas sledovaného týždňa.

Dátum	5. okt.	6. okt.	7. okt.	8. okt.	9. okt.	10. okt.	11. okt.
Výška hladiny [cm]	211	182	176	190	196	187	181